

# Связь между формой воронки торнадо и характеристиками двухфазного течения в ней

**Синкевич О.А., Борцова А.А.**

НИУ МЭИ, ИВТ РАН

# Актуальность выбранной темы.

**Торнадо** – одно из самых разрушительных природных явлений, основная сила которого заключена в скорости вращения массивных стенок его воронки.



На фото последствия смерча в Алабаме, 2011 г. , число погибших – 246 человек.

# Цели работы.

- Получить соотношения, описывающие форму воронки установившегося торнадо.
  - Установить связь между расходом воздуха через воронку , изменением влажности воздуха и формой воронки в квазистационарном смерчу.

## **Метод решения**

**В рамках модели, сформулированной в работе Синкевич О.А.. Модель течения в воронке торнадо с учетом фазовых превращений. ГВТ, 1996, Т. 34, No 6, С.936-941, 1**

**изучается связь между размерами 1**

**воронки торнадо и изменением влажности в ней необходимых для существования квазистационарного смерча.**

**Оценивается масса, стенок воронки торнадо.**

## Метод решения

Рассматриваемая задача содержит малый параметр

$$\varepsilon = rT/L \ll 1,$$

где  $rT$  – радиус воронки торнадо,  $L$  – его высота.

Решение задачи строится разложением функций в ряд по малому параметру  $\varepsilon$  с учетом неравенств

$$\partial f / \partial r // \partial f / \partial z \approx \varepsilon.$$

# Уравнения, описывающая квазистационарную модель торнадо.

*Система уравнений, описывающая движение потока влажного воздуха в воронке:*

$$\frac{V_{\varphi}}{r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} ,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial V_{\varphi}}{\partial r} - \frac{V_{\varphi}}{r^2} = 0 ,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \eta_{\text{T}} \frac{\partial V_z}{\partial r} = \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g ,$$

где  $V_{\varphi}, V_z$  – угловая и осевая составляющие скорости,  $\eta_{\text{T}}$  – коэффициент турбулентной динамической вязкости.

# Уравнения, описывающая квазистационарную модель торнадо.

*Уравнение энергии:*

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \lambda_T \frac{\partial T}{\partial r} + q_v = 0,$$

где  $\lambda_T$  — коэффициент турбулентной теплопроводности воздуха,  $q_v$  — объемное тепловыделение.

*Уравнение диффузии влаги:*

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D_r \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} D_z \frac{\partial \xi}{\partial z} = V_z \frac{\partial \xi}{\partial z},$$

где  $D_r, D_z$  — турбулентные коэффициенты радиальной и осевой диффузии влаги,  $\xi$  — влажность воздуха.

# Профиль скорости, связь с расходом потока воздуха.

$$V_z(r) = \left( \frac{R_\mu T(0) \rho(0) D_T}{4\nu_T} \right)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{-\pi D_T \rho(0) z}{4G}} \left( 1 - \frac{r^2}{r_T^2} \right),$$

где  $R_\mu$  – газовая постоянная смеси из воздуха и паров воды;  $\nu_T$  – кинематический коэфф. турбулентной вязкости;  $\rho(0), T(0)$  – плотность и температура воздуха на оси воронки,  $D_T$  – турбулентный коэфф. диффузии паров;  $r_T$  – радиус воронки на поверхности земли.

G- расход потока воздуха в воронке:

$$G = 2\pi \int_0^{r_T} \rho(0) V_z r dr .$$

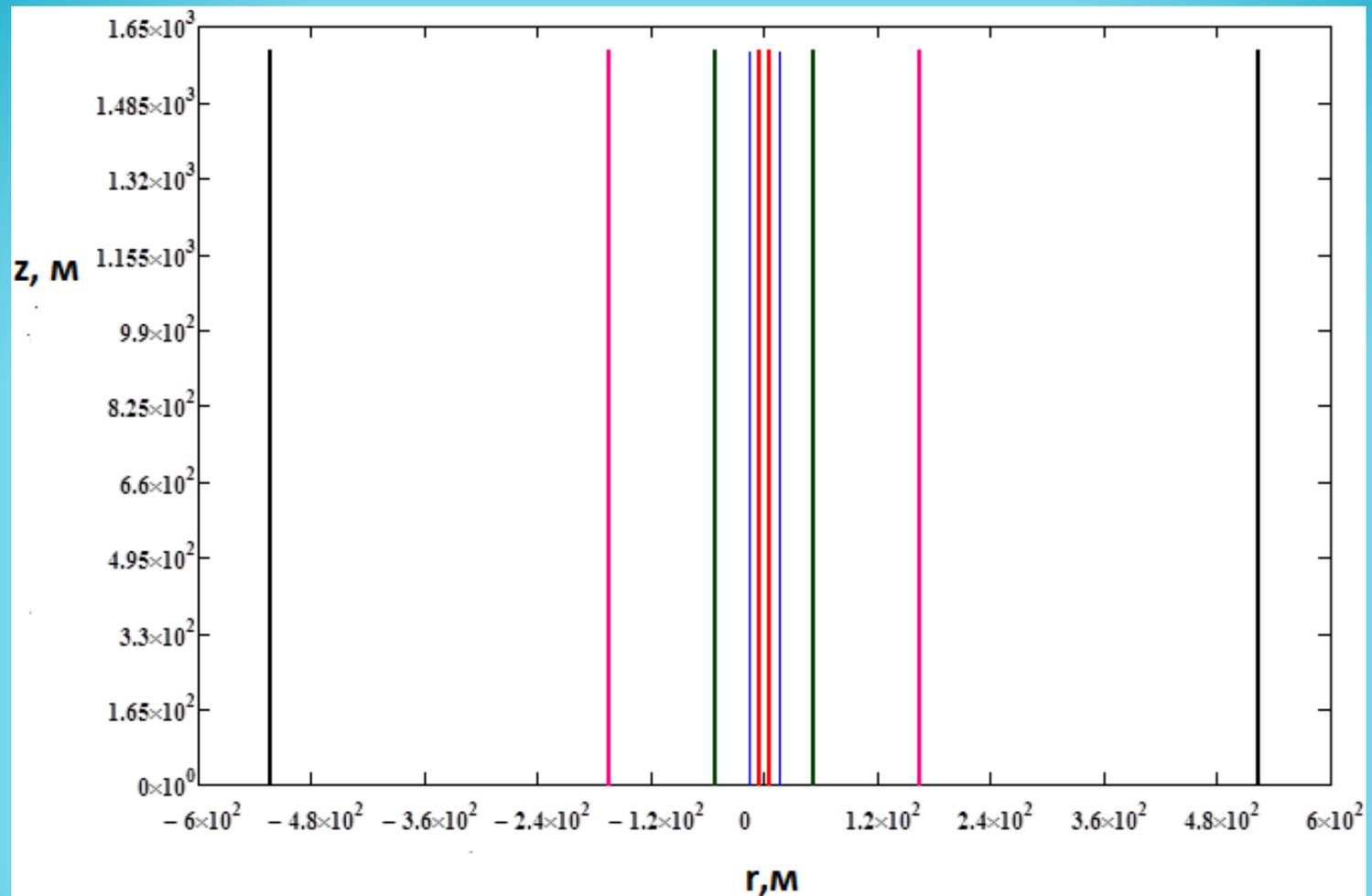
# Форма воронки из аналитических соотношений.

Из расхода потока воздуха получаем, для формы воронки:

$$r_T = \left( \frac{2G}{\pi\rho(0)} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{4\nu_T}{R_\mu T(0)\xi_0 D_T} \right)^{\frac{1}{4}} e^{\frac{\pi\rho z D_T}{8G}},$$

где  $\xi_0$  — влажность в основании торнадо.

Графически изобразим полученную форму воронки, задав: изменение высоты  $z$  - от 0 до 1600 метров;  $T(0) = 290.2 \text{ K}$ ,  $\xi_0 = 0.011$  (из данных для города Киренск);  $\nu_T = 0.1 \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ ;  $\rho(0) = 1.225 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ;  $D_T = 0.26 * 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ ; значения расхода потока воздуха в воронке будем варьировать  $G = 10..10^5 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$ .



- $G=10 \text{ кг/с}, r = 5.236 - 5.247 \text{ м}$
- $G=10^2 \text{ кг/с}, r = 16.558 - 16.562 \text{ м}$
- $G=10^3 \text{ кг/с}, r = 52.362 - 52.363 \text{ м}$
- $G=10^4 \text{ кг/с}, r = 165.583 - 165.584 \text{ м}$
- $G=10^5 \text{ кг/с}, r = 523.62 - 523.621 \text{ м}$

**Расчет формы  
воронки при**

$$v_T = 0.1 \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

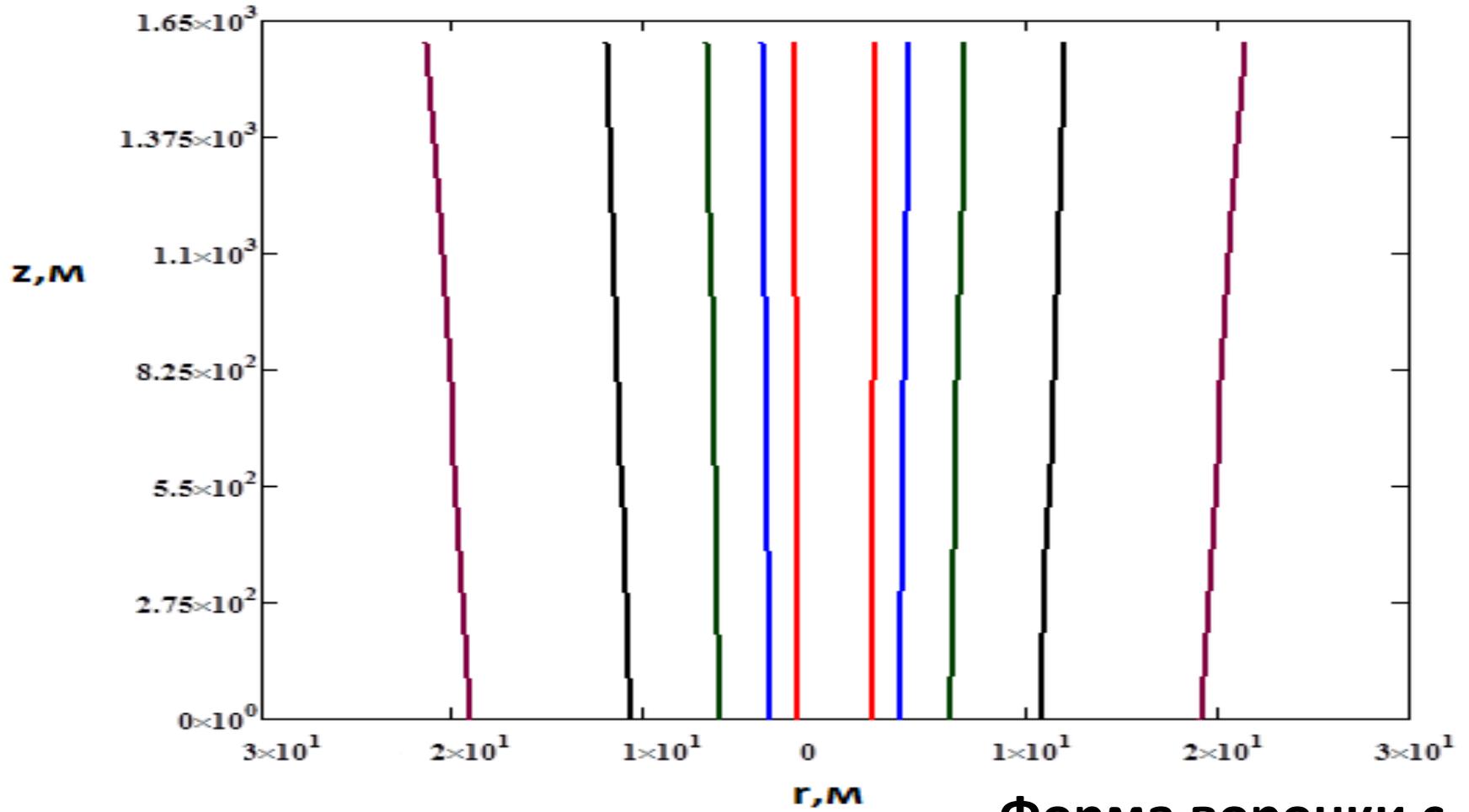
# Форма воронки с учетом данных об изменении влажности с высотой

Аппроксимируя найденные данные изменения влажности с высотой в городе Киренск, для формы воронки получаем:

$$r_T = \left( \frac{8\nu_T G}{\pi\rho(0)R_\mu T(0)\xi_0 b} \right)^{\frac{1}{4}} e^{\frac{bz}{4}},$$

где,  $b$  - коэффициент, полученный в результате аппроксимации влажности.

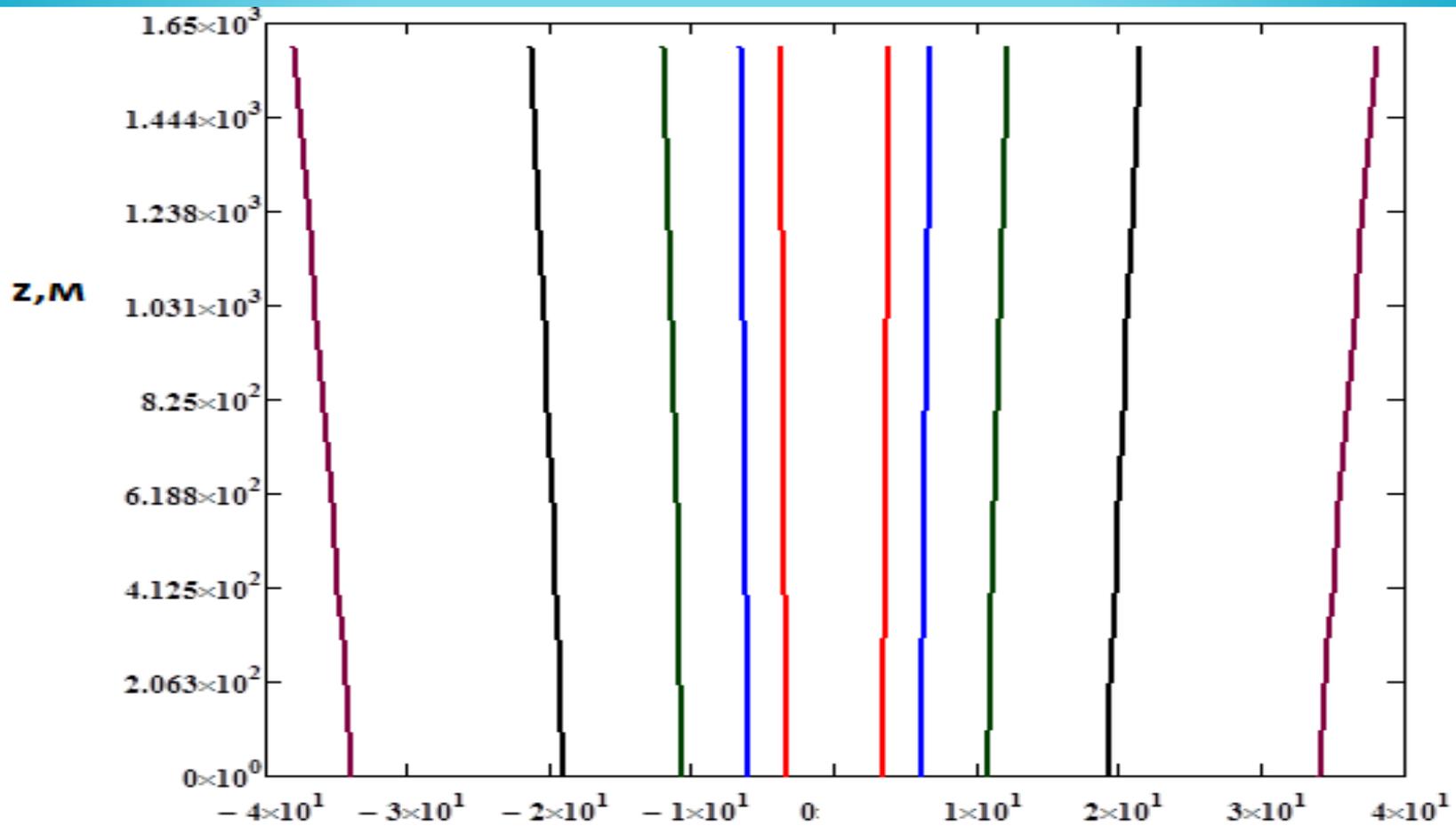
Зададим параметры и, меняя расход потока воздуха, построим график, описывающий форму воронки в данном случае.



- $G=10 \text{ кг/с, } r = 1.9 - 2.14 \text{ м}$
- $G=10^2 \text{ кг/с, } r = 3.4 - 3.8 \text{ м}$
- $G=10^3 \text{ кг/с, } r = 6 - 6.8 \text{ м}$
- $G=10^4 \text{ кг/с, } r = 10.7 - 12 \text{ м}$
- $G=10^5 \text{ кг/с, } r = 19 - 21.3 \text{ м}$

**Форма воронки с  
учетом  
изменения  
влажности.**

$$v_T = 0.1 \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$



- $G=10 \text{ кг/с}, r = 3.4 - 3.8 \text{ м}$
- $G=10^2 \text{ кг/с}, r = 6 - 6.8 \text{ м}$
- $G=10^3 \text{ кг/с}, r = 10.7 - 12 \text{ м}$
- $G=10^4 \text{ кг/с}, r = 19 - 21.3 \text{ м}$
- $G=10^5 \text{ кг/с}, r = 33.9 - 38 \text{ м}$

**Форма воронки с  
учетом данных  
изменения  
влажности.**

$$v_T = 0.1 \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

## Профиль плотности в воронке.

До этого момента рассматривались случаи, где плотность по радиусу была постоянной, чтобы улучшить форму, получим профиль плотности для воронки торнадо:

$$\rho(r) = \rho(0)e^{\frac{\Omega^2 r^2}{2R\mu T(0)}},$$

где  $\Omega$ - интенсивность вращения воронки.

# Связь формы воронки с интенсивностью её вращения.

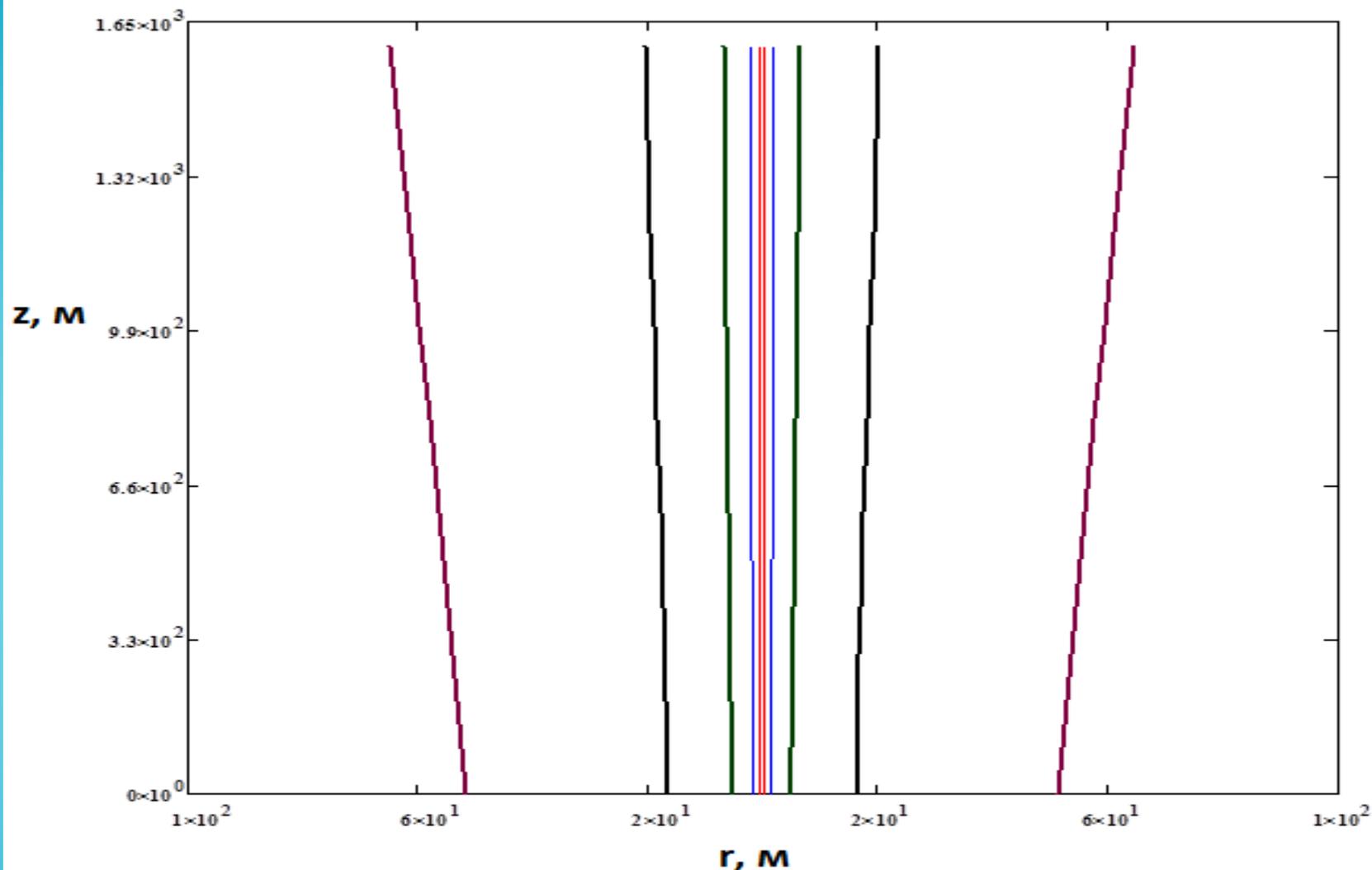
С учетом профиля плотности, из формулы для расхода потока воздуха, получаем:

$$r_T = \frac{\Omega e^{\frac{bz}{2}}}{a^2 M} \left( \frac{8v_T \gamma G}{\pi \rho(0) \xi_0 b} \right)^{\frac{1}{2}},$$

где  $M$  – число Маха,  $a$  – скорость звука.

Зададим:  $z$  - от 0 до 1600 метров,  $\Omega = 6 \frac{1}{c}$ ;  $a = 336 \frac{m}{c}$ ,

$\rho(0) = 1.225 \frac{kg}{m^3}$  (при  $T(0)=288K$ ),  $M = \frac{1}{2}$ ,  $v_T = 1 \frac{m^2}{c}$ ,  $\gamma = 1,4$  – показатель адиабаты,  $\xi_0 = 0.011$ ,  $G = 10 \cdot 10^5 \frac{kg}{c}$ .



- $G=10$  кг/с,  $r = 0.5 - 0.65$  м
- $G=10^2$  кг/с,  $r = 1.63 - 2$  м
- $G=10^3$  кг/с,  $r = 5.15 - 6.47$  м
- $G=10^4$  кг/с,  $r = 16.3 - 20.5$  м
- $G=10^5$  кг/с,  $r = 51.53 - 64.7$  м

**Форма воронки с  
учетом изменения  
плотности.**

# Оценка расхода потока воздуха через воронку торнадо по фотографии.



Торнадо F4 вблизи города Додж-Сити, штат Канзас, 24 мая 2016 г.

Источник: [stormhighway.com](http://stormhighway.com).

Имея фотографию торнадо и зная скорость вращения воронки, оценим расход потока воздуха используя:

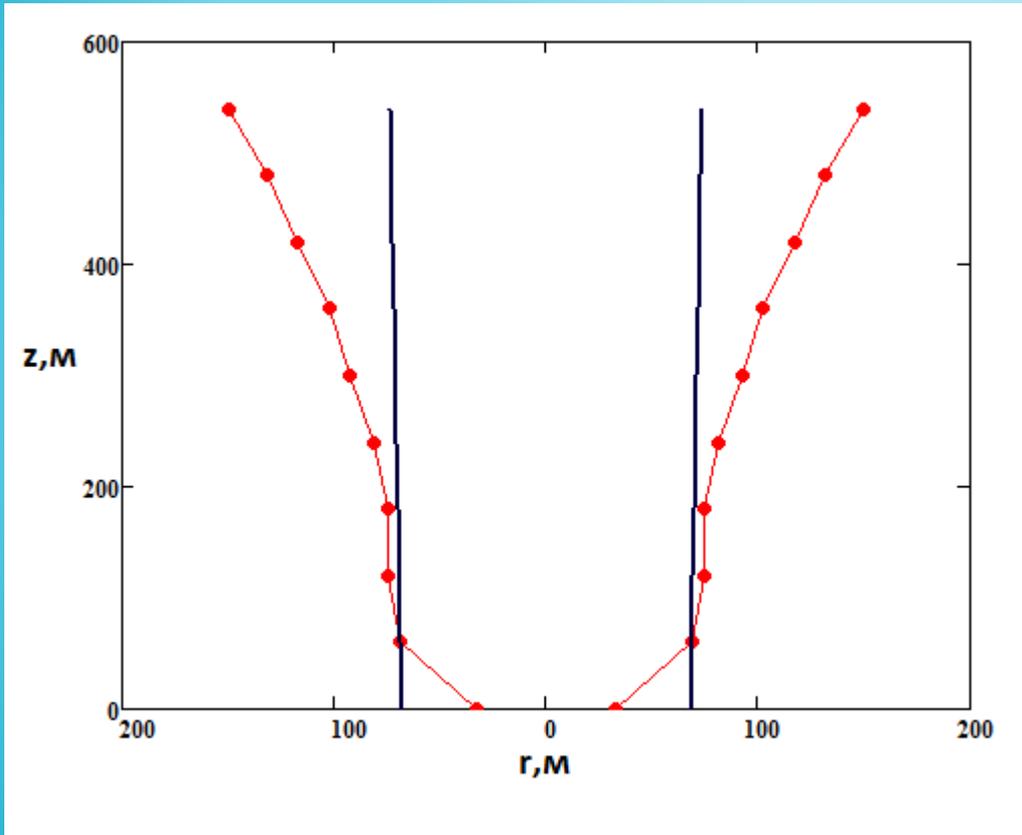
$$r_T = \frac{\Omega e^{\frac{bz}{2}}}{a^2 M} \left( \frac{8v_T \gamma G}{\pi \rho(0) \xi_0 b} \right)^{\frac{1}{2}},$$

где  $\Omega = 2,803 \frac{1}{c}$ ,  $\xi = 0.009$ ,  $M = 0,346$ ,  $a = 267,029 \frac{M}{c}$ .

**Расход потока воздуха:**

$$G \approx 3.162 * 10^5 \frac{кг}{c}.$$

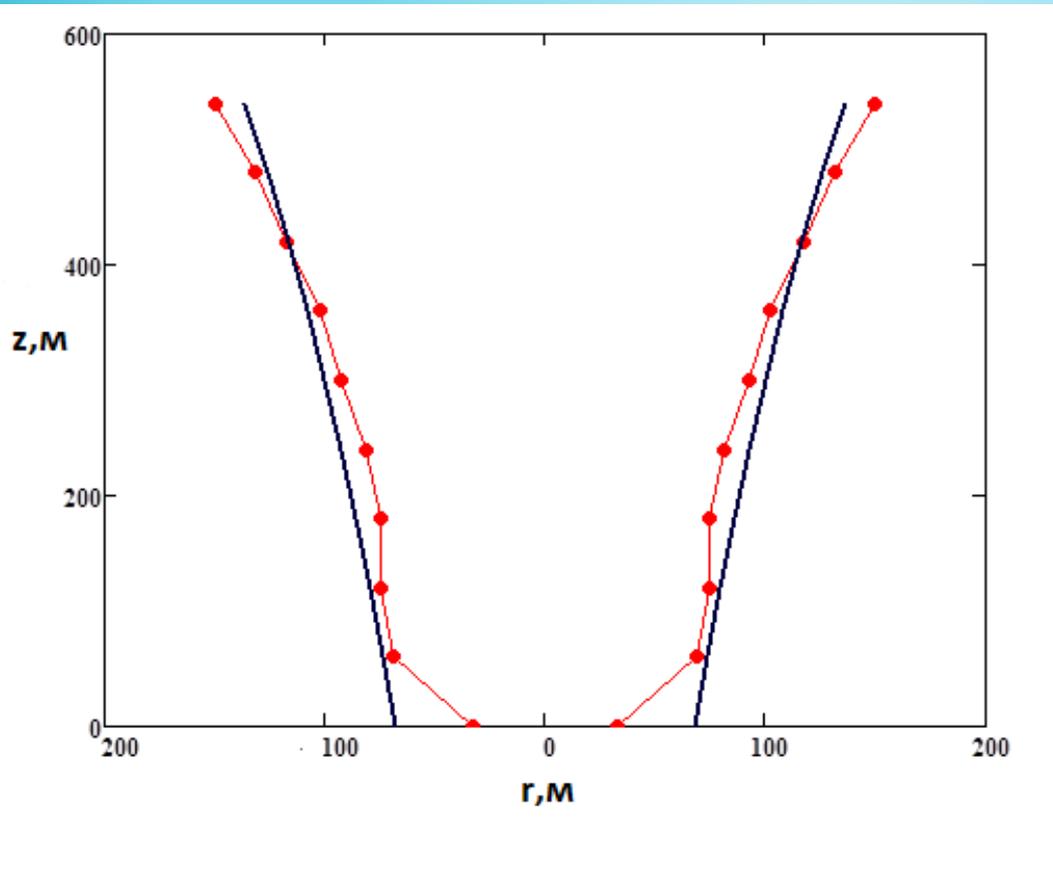
# Оценка влажности воздуха внутри воронки торнадо.



Расхождение формы торнадо по фотографии с формой, полученной по формуле.

Используя данные влажности в атмосфере, а не в воронке торнадо, имеем расхождение по форме снятой с фотографии. Это позволяет нам определить как меняется влажность в воронке торнадо.

# Оценка влажности воздуха внутри воронки торнадо.



Соотнесение формы воронки торнадо по фотографии с формой, полученной по формуле.

Форма воронки получена путем увеличения в 9 раз показателя степени у экспоненты из формулы:

$$r_T = \frac{\Omega e^{\frac{bz}{2}}}{a^2 M} \left( \frac{8v_T \gamma G}{\pi \rho(0) \xi_0 b} \right)^{\frac{1}{2}},$$

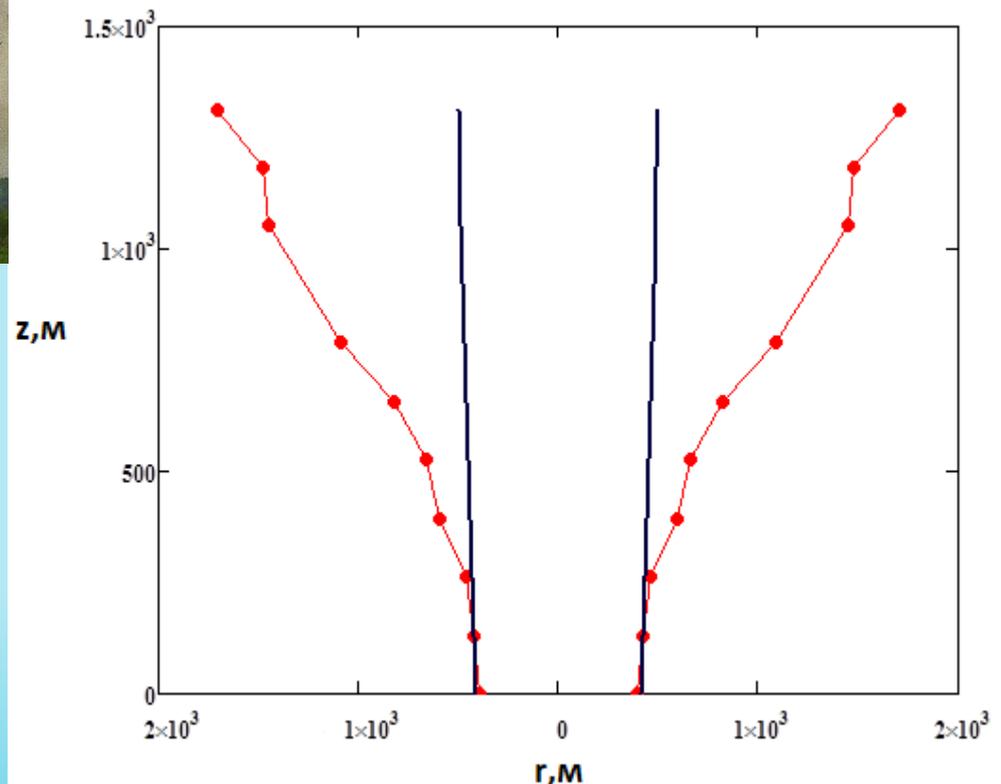
из чего следует, что **влажность внутри воронки данного торнадо меняется с высотой быстрее чем в атмосфере в 9 раз.**



Торнадо вблизи города Шон, штат Оклахома, 19 мая 2013 г. Источник: <http://tornadotitans.com>

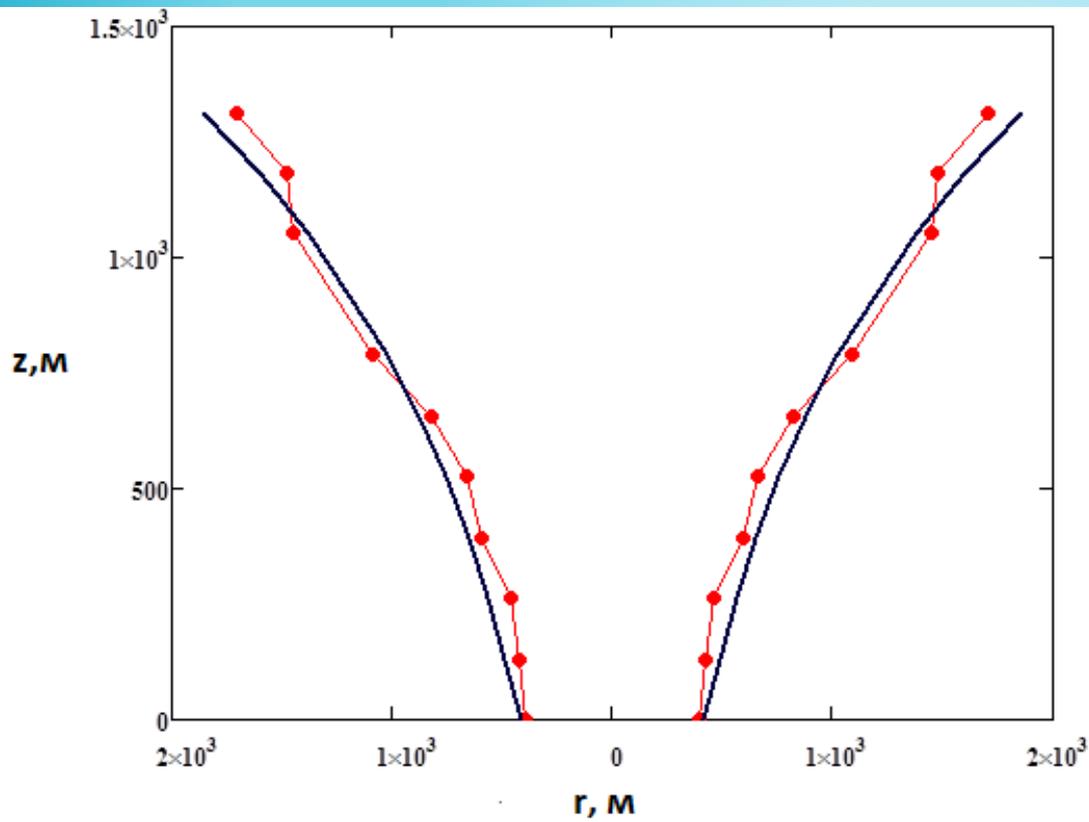
$$G \approx 2,512 * 10^4 \frac{\text{КГ}}{\text{С}}$$

Торнадо категории F4 вблизи города Шон, штат Оклахома, 19 мая 2013 года. Задаем:  $\Omega = 4,66 \frac{1}{\text{с}}$ ,  $\xi = 0.009$ ,  $M = 0,435$ ,  $a = 268,047 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ .



Расхождение формы торнадо по фотографии с формой, полученной по формуле.

# Оценка влажности воздуха внутри воронки торнадо.



Соотнесение формы воронки торнадо по фотографии с формой, полученной по формуле.

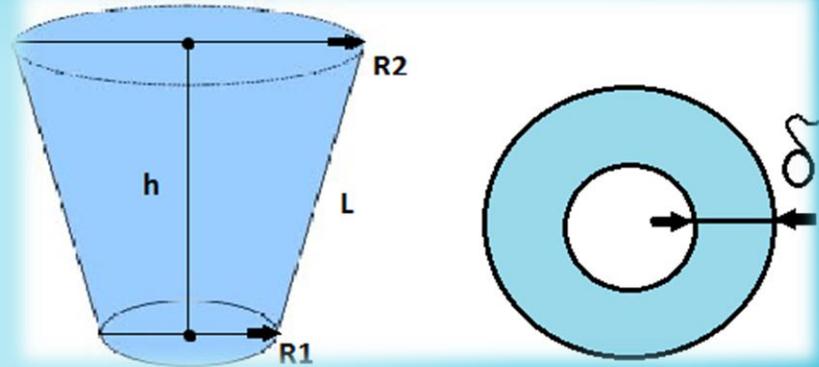
Форма получена путем увеличения в 8 раз показателя степени у экспоненты из формулы:

$$r_T = \frac{\Omega e^{\frac{bz}{2}}}{a^2 M} \left( \frac{8v_T \gamma G}{\pi \rho(0) \xi_0 b} \right)^{\frac{1}{2}},$$

из чего следует, что **влажность внутри воронки данного торнадо меняется с высотой быстрее чем в атмосфере в 8 раз.**

# Оценка массы стенок воронки торнадо.

$$M = \frac{2\Delta p S \delta}{V_{\varphi}^2}$$



где  $\Delta p$  – перепад давлений,  $S$  – площадь боковой поверхности торнадо,  $\delta$  – толщина стенки,  $V_{\varphi}$  – скорость вращения воздуха в воронке.  $S = \pi L(R1 + R2)$ , где  $L$  – длина образующей;  $R1, R2$  – нижний и верхний радиусы воронки.

Для торнадо категории F4 вблизи города Шон, задаем:

$R1=25$  м,  $R2= 62,5$  м,  $h=130$  м,  $\Delta p = 16600$  Па,  $\delta = 20$  м,  $V_{\varphi} = 116,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ , получим:  **$M \approx 1.82$  тыс. тонн.**

# Оценка влажности, необходимой для существования рассматриваемого смерча.

$$\xi = \frac{2\Delta p}{V_{\varphi}^2 \rho_{\text{ВОДЫ}}} - \frac{\rho_{\text{ВОЗ}}}{\rho_{\text{ВОДЫ}}},$$

где  $\rho_{\text{ВОЗ}} = 1,225 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}$  – плотность воздуха,  $\rho_{\text{ВОДЫ}} = 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}$  – плотность воды.

Для торнадо категории F4 вблизи города Шон имеем:

$$\xi = 1,221 * 10^{-3}$$

(по оценке с данными из работы [4] получено  $\xi = 6,143 * 10^{-3}$ ).

# Заключение.

- Получено соотношение (\*) для формы воронки, зависящее от  $v_T, D_T$ :

$$r_T = \left( \frac{2G}{\pi\rho(0)} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{4v_T}{R_\mu T(0)\xi_0 D_T} \right)^{\frac{1}{4}} e^{\frac{\pi\rho(0)zD_T}{8G}}. \quad (*)$$

- Получено соотношение (\*\*\*) для формы воронки модифицирующее изменение влажности с высотой в свободной атмосфере и профиль плотности в воронке, также учитывающее интенсивность вращения потока:

$$r_T = \frac{\Omega e^{\frac{bz}{2}}}{a^2 M} \left( \frac{8v_T \gamma G}{\pi\rho(0)\xi_0 b} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (***)$$

- Определена скорость изменения влажности в воронке, для рассмотренных смерчей она в 6-9 раз превышает величину в свободной атмосфере.
- Были получены оценки расхода потока влажного воздуха через воронку. Для смерча категории F4 в штате Оклахома, с параметрами:  $\Omega = 4,66 \frac{1}{c}$ ,  $\xi = 0.009$ ,  $M = 0,435$ ,  $a = 268,047 \frac{M}{c}$ , имеем  $G \approx 2,512 * 10^4 \frac{KГ}{c}$ .
- Для смерча в штате Оклахома, опираясь на работу [4], проведена оценка массы, заключенная в стенке воронки торнадо –  $M \approx 1,82$  тыс. тонн. Показано, что оценка  $M \approx 5,481$  тыс. тонн, полученная из работы [4], базируется на перепадах давления, на порядки превышающих реально наблюдаемые в атмосфере Земли и не соответствует данным наблюдений.

**Спасибо за внимание!**