

XXXII Научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике

Конференц-зал Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН,
Нахимовский пр-т. 36, ст. метро «Профсоюзная»
18-19 декабря 2023 г.

КРАТКИЕ АННОТАЦИИ ВЫСТУПЛЕНИЙ

Алексеева Е.С., Рассадин А.Э.	4
Точное решение укороченного уравнения Лиувилля для частицы в потенциале Калоджеро под действием периодических ударов	4
Балакин А.А., Скобелев С.А., Литвак А.Г.	5
Противофазные солитоны в многосердцевинных волокнах прямоугольной конфигурации	5
Баренгольц С.А., Зубарев Н.М., Кочурин Е.А.	6
Нелинейная модель развития электрогидродинамической неустойчивости границы проводящей жидкости в сильном электрическом поле	6
Вергелес С.С., Ивченко Н.А.	7
Поглощение инерционных волн сдвиговым течением: неоднородная в пространстве постановка задачи	7
Воинцев И.А., Вергелес С.С.	8
Неустойчивость Ленгмюра: учет рассеяния волны на вихревом течении	8
Вотякова М.М., Доброхотов С.Ю., Миненков Д.С.	9
Длинные нелинейные волны, захваченные берегами, и вырожденные бильярды с полужесткими стенками	9
Вотякова М.М., Миненков Д.С.	10
Асимптотики длинных нелинейных распространяющихся волн в одномерном бассейне с пологими берегами	10
Голицын Г.С.	11
Уравнения случайных движений А.Н. Колмогорова 1934 года	11
Гордин В.А., Жукова Г.Н.	12
Компактная разностная схема для нелинейных уравнений в частных производных типа Кортевега —де Фриза	12
Гриневич П.Г., Новиков Р.Г.	13
Прозрачные потенциалы и уровни частичной прозрачности бесконечной кратности	13
Дремов С.В., Гелаш А.И., Мулладжанов Р.И., Качулин Д.И.	14
Би-солитоны на поверхности глубокой воды: метод обратной задачи рассеяния на основе теории возмущений	14

Дрюма В.С.....	15
Геометрический подход к теории уравнений Навье–Стокса.....	15
Дьяченко А.И., Качулин Д.И.	16
Термодинамические спектры турбулентности для волн на воде	16
Ивонин Д.В.	17
Влияние модели модуляционно-передаточной функции радара на точность восстановления параметров волнения судовым радаром	17
Ингель Л.Х.	19
О движении инерционных частиц в нестационарных / неоднородных течениях	19
Камчатнов А.М.	20
Асимптотическая теория солитонов для неинтегрируемых уравнений	20
Капцов О.В., Капцов Д.О.	21
Решения некоторых волновых моделей механики	21
Клиньшов В.В.	22
Модель Курамото с задержкой: роль распределения частот	22
Конторович В.М.	23
Об ошибке в одной важной формуле "Теории поля" Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица..	23
Конторович В.М.	24
Самосогласованная дипольно-вихревая теория Активных Ядер Галактик	24
Копьев А.В., Ильин А.С., Сирота В.А., Зыбин К.П.	25
О возможном механизме подавления мелкомасштабного динамо в конвективной оболочке Солнца	25
Кузнецов Е.А.	26
Дислокации солитонной решетки: эксперимент и теория	26
Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А.....	27
Рост магнитного поля на границе конвективных ячеек и его обратное влияние на течение.....	27
Мохов О.И.....	28
Алгебро-геометрический метод построения ортогональных сетей, метрик диагональной кривизны и полугамильтоновых систем гидродинамического типа....	28
Некоркин В.И.	29
Третий тип хаоса в коэволюционной системе фазовых осцилляторов Курамото.....	29
Огородников Л.Л., Вергелес С.С.	30
Альфа-эффект в трехмерном когерентном геострофическом вихре.....	30
Оладышкин И.В., Фадеев Д.А.....	31
Развитие неустойчивостей при отражении лазерного излучения от поверхности металлов и полупроводников.....	31
<u>Онищенко О.Г.</u> , Артеха С.Н., Артеха Н.С.....	32
Возможная модель джета в стратифицированной неравновесной плазме.....	32
Островский Л.А., Гладских Д.С., Соустова И.А., Троицкая Ю.И.....	33
Динамика турбулентности под действием течений и нелинейных внутренних волн.	33
Розанов Н.Н.	34
Электрическая площадь оптических импульсов в присутствии сред с фазовыми переходами.....	34
Рубан В.П.	35
Доменные стенки поляризации света в дефокусирующей Керровской среде с аномальной дисперсией.....	35
Сердюков М.Г., Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А.	36
Эволюция вихря осесимметричной структуры и возможность коллапса	36
Селин П.Г., Левченко А.А.	37

Экспериментальная установка для изучения турбулентного режима в узком зазоре между двумя плоскими дисками в сверхтекучем He-II.....	37
Серебряный А.Н. Холловой П.	38
Трансформации нелинейных внутренних волн при их распространении на океанском шельфе: экспериментальные результаты.....	38
Слюняев А.В., Шпира В.И.....	39
Динамика солитонов огибающей на встречных струйных течениях.....	39
Талипова Т.Г., Кокоулина М.В., Куркина О.Е., Санников Н.А.....	40
Динамические характеристики солитонов и бризеров внутренних волн.....	40
Трибельский М.И.	42
Мягкомодовая турбулентность с нулевым критическим числом Рейнольдса: Теория и эксперимент	42
Тумачев Д.Д.	43
Экспериментальное исследование разных турбулентных режимов во вращающейся жидкости	43
Хатунцева О.Н.	44
О детерминированных и стохастических свойствах решений автономных дифференциальных уравнений	44
Шайкин Д.В., Камчатнов А.М.	46
Распространение солитонов вдоль крупномасштабных волн в гидродинамике обобщенного уравнения Кортевега-де Фриза	46
Abdullaev F.Kh.	47
Quantum tunneling and self-trapping of the Lee-Huang-Yang superfluid in a double-well trap.....	47
Agafontsev D.S., Gelash A.A., Randoux S., Suret P.	48
Soliton gas dynamics underlying the emergence of breather-type rogue waves	48
Flamarion M.V., Kochurin E., Ribeiro-Jr R.....	49
Fully nonlinear evolution of free-surface waves with constant vorticity under horizontal electric fields	49
Konopelchenko B.	50
On gradient catastrophes for the Euler equation with external force.....	50
Malomed B.	51
Multidimensional solitons	51
Mullyadzhанov I., Gudko A.S., Mullyadzhанov R.I., Gelash A.A.	52
Numerical direct scattering transform for breathers	52

Алексеева Е.С., Рассадин А.Э.

Точное решение укороченного уравнения Лиувилля для частицы в потенциале Калоджеро под действием периодических ударов

Высшая школа экономики, Нижний Новгород, Россия
E-mail: kometarella@mail.ru, brat_ras@list.ru

В данном докладе рассматривается динамическая система с функцией Гамильтона:

$$H(p, q, t) = \frac{p^2}{2} + \left(q - \frac{1}{q} \right)^2 - \varepsilon \cdot T \cdot q \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - n \cdot T), \quad 0 < \varepsilon \ll 1. \quad (1)$$

Эта функция соответствует классической частице единичной массы, двигающейся в потенциале Калоджеро, и, кроме того, подвергающейся периодическим ударам.

Если период T следования этих ударов велик: $T \gg 1$, то, следуя методике, описанной в монографии [1], можно провести процедуру укорочения уравнения Лиувилля, выписанного по гамильтониану (1), следующим образом:

$$\frac{\partial f_0}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial I} \left(I \frac{\partial f_0}{\partial I} \right), \quad \tau = \frac{\varepsilon^2 T}{8\sqrt{2}} \cdot t, \quad f_0(I, 0) = F_0(I), \quad 0 < I < +\infty, \quad (2)$$

где I — переменная действия, а $f_0(I, \tau)$ — огрублённая функция распределения.

В представленном докладе найдено общее решение задачи Коши (2):

$$f_0(I, \tau) = \frac{1}{\tau} \cdot \exp\left(-\frac{I}{\tau}\right) \cdot \int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{J}{\tau}\right) \cdot I_0\left(\frac{2\sqrt{I \cdot J}}{\tau}\right) \cdot F_0(J) \cdot dJ, \quad (3)$$

где $I_0(\dots)$ — модифицированная функция Бесселя.

В частности, если неотрицательное при $I \geq 0$ и нормированное на единицу на том же интервале начальное условие $F_0(I)$ имеет структуру:

$$F_0(I) = \exp(-I) \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot L_n(I), \quad (4)$$

где $L_n(I)$ — полиномы Чебышёва-Лагерра, то подстановка разложения (4) в интеграл (3) даёт следующее решение укороченного уравнения Лиувилля (2) в явной форме:

$$f_0(I, \tau) = \exp\left(-\frac{I}{1+\tau}\right) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k C_n^k \tau^k}{(1+\tau)^k} \cdot L_n\left(-\frac{I}{\tau \cdot (1+\tau)}\right), \quad (5)$$

где C_n^k — биномиальные коэффициенты.

В докладе также приведены графики точных решений укороченного уравнения Лиувилля вида (5) для различных моментов времени.

1. Заславский Г.М. Стохастичность динамических систем. – М.: Наука, 1984.

Балакин А.А., Скобелев С.А., Литвак А.Г.

***Противофазные солитоны в многосердцевинных волокнах
прямоугольной конфигурации***

Найдены приближенные противофазные пространственно-временные солитон-подобные решения с длительностью до нескольких периодов в волокнах с прямоугольной решеткой слабосвязанных сердцевин. Аналитически и численно показана устойчивость этих распределений для длительностей больше критической. При этом максимум энергии противофазных солитонов достигается для квадратной конфигурации сердцевин в волокне. Численное моделирование нелинейной динамики демонстрирует трансформацию изначально более коротких импульсов к найденному распределению с критической длительностью в процессе излучения линейных дисперсионных волн.

Баренгольц С.А., Зубарев Н.М., Кочурин Е.А.

Нелинейная модель развития электрогидродинамической неустойчивости границы проводящей жидкости в сильном электрическом поле

Исследована динамика развития неустойчивости свободной границы проводящей жидкости (расплавленного металла) в сильном электрическом поле напряженностью порядка 10^8 В/см, что на три порядка превышает порог неустойчивости. При таких локальных полях происходит плавление естественных выступов субмикронного масштаба на поверхности катодов за счет протекания через них автоэмиссионного тока. Электрогидродинамическая (ЭГД) неустойчивость границы расплава приводит к неограниченному заострению границы, что обеспечивает локальное усиление электрического поля и, как следствие, ускоряет процессы вакуумного пробоя. В работе продемонстрировано, что особенностью ЭГД неустойчивости в условиях сильного электрического поля является необходимость учета вязких эффектов. Выведено интегро-дифференциальное уравнение, описывающее развитие неустойчивости в приближении малых уклонов наклона поверхности с учетом диссипации за счет вязкости. Показано, что для двумерного течения это уравнение может быть сведено к комплексному уравнению Бюргерса. Интегрируемость этого уравнения позволила нам аналитически описать развитие ЭГД-неустойчивости вплоть до образования особенностей (точек бесконечной кривизны) на границе за конечное время. Проведено сравнение динамики неустойчивости с учетом и без учета вязких эффектов (в последнем случае эволюция границы описывается комплексным уравнением Хопфа). Установлено, что вязкость приводит, с одной стороны, к задержке момента образования особенностей и, с другой стороны, к изменению их типа: вместо слабых корневых особенностей вида $y \sim -|x|^{3/2}$ будут формироваться более сильные логарифмические особенности вида $y \sim -\ln|x|$.

Вергелес С.С., Ивченко Н.А.

Поглощение инерционных волн сдвиговым течением: неоднородная в пространстве постановка задачи

ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН, НИУ ВШЭ, Факультет физики

Мы рассматриваем взаимодействие инерционных волн со сдвиговым геострофическим течением в быстро вращающейся как целое жидкости. В соответствии с условиями эксперимента [1] мы полагаем, что инерционные волны возбуждаются источником, локализованным в пространстве вблизи границы течения и затем распространяются в область, где присутствует сдвиговое геострофическое течение. Полагая, что инерционная волна гармонически колеблется по времени, вдоль оси вращения (вертикальной оси) и вдоль направления, мы получаем одномерное волновое уравнение на поле волны, в котором пространственной координатой является горизонтальная координата вдоль направления изменения скорости сдвигового течения. Мы показываем, что, если проекция фазовой скорости волны на направление сдвигового течения меньше амплитуды изменения в пространстве скорости сдвигового течения, то возможно поглощение волны. При этом математическое описание процесса поглощения волны эквивалентно квантово-механической задаче об одномерном падении частицы в квадратичном потенциале $-1/r^2$. Отметим, что ранее нами решалась задача о поглощении инерционной волны в пространственно-однородной постановке задачи [2,3], однако такое рассмотрение не даёт физического понимания, необходимого для интерпретации экспериментальных данных [1].

[1] D. Tumachev, S. Filatov, S. Vergeles, and A. Levchenko, Two dynamical regimes of coherent columnar vortices in rotating fluid, JETP Letters 118, 426–432 (2023)

[2] Kolokolov, I. V., Ogorodnikov, L. L., & Vergeles, S. S. (2020). Structure of coherent columnar vortices in three-dimensional rotating turbulent flow. Physical Review Fluids, 5(3), 034604.

[3] Parfenyev, V. M., & Vergeles, S. S. (2021). Influence of Ekman friction on the velocity profile of a coherent vortex in a three-dimensional rotating turbulent flow. Physics of Fluids, 33(11).

Воинцев И.А., Вергелес С.С.

Неустойчивость Ленгмюра: учет рассеяния волны на вихревом течении

ИТФ им. Ландау РАН

We consider a classical problem about dynamic instability that leads to the Langmuir circulation. The problem statement assumes that there is initially a wind-driven shear flow and a plane surface wave propagating in the direction of the flow. The unstable mode is a superposition of shear flow and surface wave both modulated in the horizontal spanwise direction and the circulation that is vortices in form of near-surface rolls with axes aligned along the shear streamlines and of transverse size corresponding to the modulation period. The novelty of our approach is we account for the scattering of the initial surface wave on the slow current component of the unstable mode that produces the modulated wave, the interference of the scattered and the initial waves that produces the modulation of the Stokes drift in the spanwise direction and the subsequent additional amplification of the circulation by the vortex force produced by the nonlinear interaction of initial shear flow and the modulated part of the Stokes drift. Previously, it was shown by S. Leibovich & A.D.D. Craik that the third part of the mechanism can maintain the Langmuir circulation. We calculate the growth increment which is larger than that obtained by A.D.D. Craik. Considering the wave scattering, we describe fast wave motion as a potential flow with relatively weak vortical correction. Application of the technique can be expanded on other flows where fast oscillating surface waves coexist with a slow current.

<https://doi.org/10.48550/arXiv.2310.19533>

Вотякова М.М., Доброхотов С.Ю., Миненков Д.С.

Длинные нелинейные волны, захваченные берегами, и вырожденные бильярды с полужесткими стенками

Институт проблем механики им А.Ю. Ишлинского РАН

В недавней работе [1] были построены периодические по времени решения нелинейной системы уравнений мелкой воды в бассейнах с пологими берегами, локализованные в окрестности береговой линии. В этой работе конструкция таких решений связана со специальными траекториями двумерной гамильтоновой системы с гамильтонианом $D(x_1, x_2)(p_1^2 + p_2^2)$, где функция D задает глубину бассейна. На береговой линии D обращается в ноль, и подходящие решения гамильтоновой системы задают так называемые бильярды с полужесткими стенками. Соответствующие траектории гамильтоновой системы заматают кольцевую область и отражаются от некоторой простой каустики, находящейся внутри бассейна, и береговой линии, которая представляет собой «нестандартную» каустическую структуру. Дефект построенных в [1] решений состоит в требовании интегрируемости введенной гамильтоновой системы, которое практически не может быть выполнено в реальных ситуациях. В этой работе мы рассматриваем вырожденные ситуации, когда «стандартная» каустическая структура сильно приближается к береговой линии («нестандартной» каустике). Требование интегрируемости тогда исчезает и всегда возможно построение эффективных асимптотических волновых решений, имеющих небольшое число осцилляций по нормали к берегу (являющихся аналогами волн Стокса и Урселла). Соответствующие траектории сильно локализованы в узкой окрестности берега, при этом они всегда входят в береговую линию и отражаются от нее под углом 90 градусов. Таким образом мы имеем асимптотические решения похожие на известные в акустике решения типа «шепчущей галереи», но при этом для их существования за счет «вырожденной» стенки (береговой линии) не требуется выпуклости двумерной области в которой расположен бассейн, то есть области на двумерной плоскости, состоящей из множества точек (x_1, x_2) , в которых $D(x_1, x_2) > 0$.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект 21-11-00341.

[1] Доброхотов С. Ю., Назайкинский В. Е., Цветкова А. В. Нелинейные эффекты и заплеск береговых волн, порожденных бильярдами с полужесткими стенками, в рамках теории мелкой воды // Труды МИАН. — 2023. — Т. 322. — С. 1–13

Вотякова М.М., Миненков Д.С.

Асимптотики длинных нелинейных распространяющихся волн в одномерном бассейне с пологими берегами

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, г. Москва
votiakova.mm@phystech.edu, minenkov.ds@gmail.com*

Рассматривается задача Коши для одномерной системы нелинейных уравнений мелкой воды с переменным дном $D(x)$ в протяженном бассейне, ограниченном с двух сторон берегами (где дно вырождается $D(a)=0$), или берегом и стенкой. Построены коротковолновые асимптотики линеаризованной системы в виде бегущей локализованной волны. После применения к построенным функциям простой параметрической или явной замены, предложенной в недавних статьях [1,2] получаются асимптотики исходной нелинейной задачи. На построенных семействах функций исследуется соотношение амплитуды и длины волны, при котором не происходит обрушения волны при накате на берег.

Работа выполнена в рамках гранта 21-11-00341, результаты опубликованы в [3].

[1] S.Y. Dobrokhotov, D.S. Minenkov, V.E. Nazaikinskii, Asymptotic Solutions of the Cauchy Problem for the Nonlinear Shallow Water Equations in a Basin with a Gently Sloping Beach. Russ. J. Math. Phys. 29 28–36 (2022).

[2] С. Ю. Доброхотов, В. А. Калининченко, Д. С. Миненков, В. Е. Назайкинский, Асимптотики длинных стоячих волн в одномерных бассейнах с пологими берегами: теория

и эксперимент. Прикладная математика и механика, 87 : 2, 157-175 (2023).

[3] D.S. Minenkov, M.M. Votiakova, Asymptotics of long nonlinear propagating waves in one-dimensional basin with slopping shores, Russ. J. Math. Phys., 30:4 (2023).

Голицын Г.С.

Уравнения случайных движений А.Н. Колмогорова 1934 года

ИФА им. А.М. Обухова РАН, Москва

В 1934 г. Андрей Николаевич Колмогоров [1] предложил уравнение для случайных движений, АНК34, которое объясняет много эмпирических случайных процессов, превращая их в законы теории вероятностей. Первым его использовал Александр Михайлович Обухов в 1958 г. для такого вывода законов турбулентности в ее инерционном интервале [2], полученных этими авторами из соображений размерности в 1941 г. Затем в 2018 г. было замечено, что и другие природные процессы, как то землетрясения, ураганы и др., также содержатся в двухстраничной статье. До десяти таких природных процессов вплоть до распределения по массам дискообразных галактик описано в книге [3] с добавлением к теоретиковавероятностному анализу соображений теории подобия и размерности. При сопоставлении общих степенных выводов [1] для распределений интенсивность–частота всегда возникает безразмерный числовой множитель, который может зависеть и от параметров подобия, возникающих при анализе внешних условий среды, в которой происходит процесс. В турбулентности это число Рейнольдса, в законе Гутенберга – Рихтера, ГР, – это отношение длины разрыва при землетрясении, ЗТ, к толщине коры, П, в которой оно происходит. Поэтому у закона ГР существуют две разные ветви, в которых частоты ЗТ для больших значений П события происходят реже, чем для малых П. Соответствующее уравнение имеет аналитическое решение, полностью описанное в [4] и преобразованное в [5] в координатах для скоростей и смещений, оно становится полностью автотомельным, т. е. применимым к любым процессам со случайным возбуждением марковского характера во времени и пространстве.

1. Kolmogorov A. N. Zufällige Bewegungen. Ann. Math. 35, 116-117, 1934. Русский перевод во многих с 1983 г. изданиях его трудов.
2. Обухов А. М. О распределении энергии в спектре турбулентного потока. Докл. АН СССР. 32(1), 22-24, 1941.
3. Голицын Г. С. Вероятностные структуры макромира: землетрясения, ураганы, наводнения... М.: Физматлит, 2022 (и то же в 2021 г. без §14).
4. Голицын Г. С. Закон случайных движений А. Н. Колмогорова 1934 г. Метеорология и гидрология. №3, 5-15, 2018.
5. Гледзер Е. Б., Голицын Г. С. Скейлинг и конечные ансамбли частиц в движении с притоком энергии. Докл. РАН. 433(4), 466-470, 2010.

Гордин В.А., Жукова Г.Н.

Компактная разностная схема для нелинейных уравнений в частных производных типа Кортевега —де Фриза

В.А.Гордин (НИУ ВШЭ & Гидрометцентр РФ), Г.Н.Жукова (НИУ ВШЭ)

Компактные конечно-разностные схемы могут эффективно аппроксимировать широкий класс нелинейных уравнений в частных производных. Алгоритм построения такой схемы демонстрируется на уравнении Кортевега - де Фриза. Численные эксперименты подтвердили существенно меньшую погрешность по сравнению с классической схемой Кранка - Николсон, как в метрике C , так и в смысле погрешности сохранения со временем интегрирования первых интегралов дифференциального уравнения.

Гриневич П.Г., Новиков Р.Г.

Прозрачные потенциалы и уровни частичной прозрачности бесконечной кратности

В настоящее время большое число работ посвящено исследованию энергий частичной прозрачности – тех энергий в волновой задаче рассеяния, для которых разность оператора рассеяния минус единичный оператор имеет нетривиальное ядро. Известно, что для гладких финитных потенциалов такие уровни образуют дискретное множество и размерность ядра всегда конечна.

Мы показываем, что регулярность и убывание рассеивающего потенциала существенно, поскольку:

1) ранее нами были построены потенциалы из класса Шварца, прозрачные при одной энергии (для них ядро не только бесконечномерно, но и совпадает со всем гильбертовым пространством);

2) добавка конечного числа точечных рассеивателей типа Бете-Пайерлса-Ферми меняет размерность ядра не более чем на число этих рассеивателей.

**Дремов С.В., Гелаш А.И., Мулляджанов Р.И.,
Качулин Д.И.**

**Би-солитоны на поверхности глубокой воды: метод
обратной задачи рассеяния на основе теории возмущений**

С.В. Дремов¹, А.И. Гелаш², Р.И. Мулляджанов^{3,4}, Д.И. Качулин^{1,3}

¹Сколковский институт науки и технологий, Москва, Россия, 121205

²Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne (ICB),

UMR 6303 CNRS – Université Bourgogne Franche-Comté, 21078 Dijon, France

³Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия, 630090

⁴Институт теоретической и экспериментальной физики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия, 630090

В докладе представлено теоретическое и численное исследование динамики долгоживущих осциллирующих когерентных структур --- би-солитонов --- в моделях для волн на свободной поверхности глубокой воды: уравнении Дьяченко-Захарова и точной системы нелинейных уравнений в конформных переменных. Существование таких би-солитонных структур в рамках данных моделей было ранее обнаружено в численных экспериментах в [1] и [2]. Для выяснения природы таких би-солитонов мы комбинируем аналитический и численный подходы, основанные на теории возмущений и методе обратной задачи рассеяния для модели одномерного фокусирующего нелинейного уравнения Шрёдингера. В результате применения численных алгоритмов для решения задачи Захарова-Шабата с последующим получением соответствующих данных рассеяния, было обнаружено, что одной из причин устойчивости таких би-солитонных структур является периодический обмен энергией и импульсом между «солитонной» частью и непрерывным спектром соответствующего волнового поля. Также было выявлено, что собственные значения, характеризующие каждый из солитонов в структуре, изменяются вдоль устойчивых траекторий на комплексной плоскости на протяжении как минимум нескольких сотен периодов осцилляций структуры. В дополнение к этому были получены предсказания теории возмущений для изменения собственных значений, которые хорошо согласуются с результатами численного моделирования. Результаты позволяют заключить, что динамика таких долгоживущих би-солитонных структур является «почти интегрируемой» и предсказывается теорией возмущений для данных рассеяния, а их устойчивость достигается за счёт баланса между доминирующей «солитонной» частью и непрерывным спектром в виде некогерентных волн.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 19-72-30028.

[1] Kachulin, D., Dyachenko, A., Dremov, S. (2020). Multiple soliton interactions on the surface of deep water. *Fluids*, 5(2), 65.

[2] Kachulin, D., Dremov, S., Dyachenko, A. (2021). Bound coherent structures propagating on the free surface of deep water. *Fluids*, 6(3), 115.

Дрюма В.С.

Геометрический подход к теории уравнений Навье–Стокса

ИМИ ГУ Молдова (valdryum@gmail.com)

С системой уравнений Навье-Стокса (НС) ассоциируется 14-мерное Риманово пространство, тензор кривизны Риччи которого обращается в нуль на решениях системы уравнений. Геометрические характеристики пространства определяются соотношениями между компонентами тензора кривизны Римана, которые используются затем для построения решений системы НС. Приводится пример 6-мерной Римановой метрики с ненулевым тензором кривизны Риччи, также позволяющей строить примеры течений несжимаемой, вязкой жидкости.

Дьяченко А.И., Качулин Д.И.

Термодинамические спектры турбулентности для волн на воде

ИТФ им. Л.Д.Ландау, НГУ, Сколтех

Проведено исследование термодинамических турбулентных спектров для 2D волн на воде. Численное моделирование показывает формирование сильно анизотропных спектров.

Ивонин Д.В.

Влияние модели модуляционно-передаточной функции радара на точность восстановления параметров волнения судовым радаром

Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва, Россия

В работе изучается влияние модели модуляционно-передаточной функции (МПФ) радара, используемой при разработке методов восстановления высоты и спектра волнения поверхностных морских ветровых волн, на точность восстановления параметров волнения по данным судовых радаров X-диапазона. Начиная с пионерской работы Young et al. (1985), в которой авторы предложили простой для понимания метод восстановления высоты значительных волн по данным некогерентного навигационного судового радара, и продолжая многочисленными работами Nieto Borge et al. (2000) и др., где метод был расширен на случаи восстановления спектра волнения и, даже, отдельных высот волн, при выводе метода явно и неявно использовалась базовая двухмасштабная береговая модель рассеяния электромагнитных (ЭМ) волн (Valenzuela, 1978). При этом, было уже известно сильное расхождение модели и экспериментальных результатов на несколько порядков для случая настильных углов зондирования, что соответствует режиму работы судовых радаров. Других популярных и доступных к применению моделей рассеяния в те годы не было. Помимо этого, для простоты, использовалась только одна составляющая МПФ радара – а именно, модуляция коэффициента рассеяния уклонами волн. Остальные – гидродинамическая модуляция спектра и модуляция поверхностного трения в расчет не принимались, по причине кардинального усложнения модели.

Результатом, такого подхода стало появление доступных и достаточно эффективных методов дистанционного определения высоты и спектров волнения, которые применяются в коммерческих системах Wamos II и др. с точностями в среднем около 0.5 м по высоте. Однако, достаточно часто наблюдаются выбросы на 2-3 м по высоте (Hessner et al., 1999; Wyatt et al., 2003; Tilinina et al., 2022), которые в рамках предложенного подхода (Young et al., 1985) исправить не удастся.

По мнению авторов данной работы, происходит это вследствие неполноценности используемой модели МПФ, где не учитываются ведущие факторы формирования радиолокационного изображения поверхности моря. Кудрявцев и др. (2003) в своей работе показали, что ведущими слагаемыми при работе в настильных углах зондирования (т.е. углах больше 70 от вертикали) являются нерезонансные (небереговые) эффекты рассеяния, которые в этом случае на порядок (3-10 раз) сильнее остальных эффектов.

Другим следствием использования сильно упрощенного подхода является то, что в последние годы появилось много работ (например, Duan et al., 2020), где на его базе активно используется численное моделирование для формирования моделированных радиолокационных изображений морской поверхности и для последующего обучения нейронных сетей и т.д.. В результате, исходя из сильно искаженных представлений о МПФ, будут получаться сильно искаженные результаты моделирования и выводы.

Соответственно, в предлагаемой работе согласно (Кудрявцев и др., 2003) вычислены и ранжированы слагаемые МПФ в диапазоне углов 70-90 от вертикали по

вкладу от различных механизмов модуляции. Продемонстрировано, что ведущими в МПФ являются обрушения на гребне волн и модуляции скорости трения фазовой скоростью волн. Эти механизмы сильно зависят от скорости ветра, возраста волнения, плотности и стратификации воздуха. Таким образом, в рамках МПФ (Кудрявцев и др., 2003) появляется возможность реализовать более точный метод определения параметров волнения.

В работе приведены результаты моделирования морской поверхности, следуя (Чернышов и др., 2016), и рассеяния от нее как согласно двухмасштабной береговой модели, так и модели Кудрявцева и др. (2003). Предложен метод, в котором введены дополнительные параметры, которые могут быть получены как из радиолокационных снимков, так и из данных метеостанции – скорость и направление ветра. Продемонстрировано улучшение точности определения высоты и спектров волнения, и соответствующее уменьшения количества выбросов.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ № FMWE-2021-0003 и FMWE-2022-0002.

Ключевые слова: высота морского волнения, спектр волнения, модуляционно-передаточная функция радара, МПФ, навигационный радар, X-диапазон

Литература:

1. Young I., Rosenthal W., Ziemer F. A three-dimensional analysis of marine radar images for the determination of ocean wave directionality and surface currents // J. Geophys. Res. 1985. V. 90. № C1. P. 1049–1059
2. Nieto Borge J.C., Soares G. Analysis of directional wave fields using X-band navigation radar // Coastal Engineering. 2000. Vol. 40. P. 375–391.
3. Valenzuela, G. R., Theories for the interaction of electromagnetic and ocean waves—A review, Boundary Layer Meteorol., 13, 61 – 85, 1978.
4. Hessner K., Borge J. C. N., Reichert K. Estimation of the significant wave height with x-band nautical radars //Proceedings of the 28th International Conference Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE), Madrid, Spain. – 1999. – С. 17-22.
5. Wyatt L. R. et al. Validation and intercomparisons of wave measurements and models during the EuroROSE experiments //Coastal Engineering. – 2003. – Т. 48. – №. 1. – С. 1-28.
6. Tilinina N. et al. Wind waves in the North Atlantic from ship navigational radar: SeaVision development and its validation with the Spotter wave buoy and WaveWatch III //Earth System Science Data. – 2022. – Т. 14. – №. 8. – С. 3615-3633.
7. Kudryavtsev V. et al. A semiempirical model of the normalized radar cross-section of the sea surface 2. Radar modulation transfer function //Journal of Geophysical Research: Oceans. – 2003. – Т. 108. – №. C3. – С. FET 3-1-FET 3-16.
8. Duan W. et al. Numerical investigations on wave remote sensing from synthetic X-band radar sea clutter images by using deep convolutional neural networks //Remote Sensing. – 2020. – Т. 12. – №. 7. – С. 1117.
8. Chernyshov P. V. et al. Accuracy analysis of individual waves retrieval from X-band nautical radar data by means of stochastic modeling of sea clutter images //Sovremennye Problemy Distantionnogo Zondirovaniya Zemli iz Kosmosa. – 2016. – Т. 13. – №. 5. – С. 68-78.

Ингель Л.Х.

**О движении инерционных частиц в нестационарных /
неоднородных течениях**

ФГБУ «НПО «Тайфун», 249038, г. Обнинск, Россия

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, 119017, Москва, Россия

E-mail: lev.ingel@gmail.com

Теоретически исследуется движение массивных (инерционных) частиц при достаточно быстрых изменениях скорости окружающей среды (воздуха). Относящийся сюда круг задач имеет, в частности, следующие приложения:

1. Динамика тяжелых частиц/предметов (обломков, гидрометеоров, частиц почвы и т. п.), подхватываемых шквальными порывами ветра и смерчами. Как известно, один из основных факторов опасности в эпизодах с ураганными ветрами связан с быстро движущимися частицами/предметами, подхваченными ветром.
2. Движение инерционных частиц в поле интенсивной волны.
3. Динамика оседания инерционных частиц в сдвиговых течениях.
4. Движение инерционных частиц в интенсивных вихрях (смерчах, «пыльных дьяволах») в условиях сильного «центрифугирования».
5. В литературе обсуждаются возможности искусственного стимулирования нисходящих движений в атмосфере с использованием локальных источников вертикального импульса «любыми способами, в том числе при помощи сброса в облако порошков, почти вертикального подъема в облаке реактивного самолета, направленного и ненаправленного взрыва зарядов в облаках» (Вульфсон Н.И., Левин Л.М. Тр. ИПГ, 1983, вып. 45, с. 31-46.). Представляет интерес вопрос, в какой степени такого типа воздействия могут влиять на перенос и распределение гидрометеоров.

В этих задачах существен нелинейный характер гидродинамического сопротивления – его зависимость от модуля скорости движения частицы относительно среды. Разные составляющие движения частицы взаимодействуют между собой, поскольку каждая из них влияет на коэффициент сопротивления. Найден эффективный способ приближенного аналитического решения ряда задач. Установлены некоторые общие закономерности динамики частиц. Один из результатов: вследствие нелинейного закона сопротивления, последнее может заметно возрасти при колебаниях среды относительно частицы (например, при прохождении интенсивной акустической волны), так что оседание частиц в поле силы тяжести может замедляться.

Камчатнов А.М.

Асимптотическая теория солитонов для неинтегрируемых уравнений

Институт спектроскопии РАН

Как известно, во многих физических системах, допускающих солитонное распространение, интенсивный начальный импульс эволюционирует со временем в большое число солитонов. Поэтому представляет большой интерес расчёт параметров таких асимптотических солитонов по начальным распределениям переменных в импульсе. Если солитонное уравнение является полностью интегрируемым, то эта задача решается посредством асимптотического анализа ассоциированной с уравнением спектральной задачи. В докладе будет представлен метод [1], позволяющий найти основные параметры солитонов на основе анализа процесса формирования осцилляций в дисперсионной ударной волне на промежуточной стадии эволюции импульса, когда осцилляции входят в область осцилляций на малоамплитудном крае ударной волны. Поскольку движение малоамплитудного края может быть уподоблено движению классической частицы, то, как показано в [1], несмотря на эволюцию бездисперсионного фона, даже для неинтегрируемых уравнений приближенно сохраняется интегральный инвариант Пуанкаре-Картана. Его значения в начальный момент времени определяют обобщённое правило квантования Бора-Зоммерфельда, и по этим значениям могут быть вычислены скорости асимптотических солитонов и другие их характеристики.

[1] А. М. Камчатнов, Асимптотическая теория солитонов, порождаемых из интенсивного начального импульса, ЖЭТФ, 164, 847-862 (2023).

Капцов О.В., Капцов Д.О.

Решения некоторых волновых моделей механики

Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Россия

**e-mail: kaptsov@icm.krasn.ru*

***e-mail: hot.dok@gmail.com*

В докладе рассматриваются одномерные нестационарные уравнения с частными производными второго порядка, описывающие волны в неоднородных и нелинейных средах. Для построения решений используются контактные преобразования и дифференциальные подстановки Эйлера. Найдены общие и частные решения некоторых нестационарных моделей механики сплошной среды.

Клиньшов В.В.

Модель Курамото с задержкой: роль распределения частот

Модель Курамото – это классическая модель, используемая для описания синхронизации в популяциях колебательных единиц. В настоящей работе мы изучаем модель Курамото с задержкой с акцентом на распределение частот осцилляторов. Мы рассматриваем ряд рациональных распределений, которые позволяют нам свести динамику популяции к набору нескольких дифференциальных уравнений с запаздыванием. Мы используем бифуркационный анализ этих уравнений для исследования перехода от асинхронного состояния к синхронному. Мы показываем, что форма распределения частот может играть существенную роль в синхронизации. В частности, для лоренцева распределения задержка препятствует синхронизации, тогда как для других распределений задержка может способствовать синхронизации.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 19-72-10114.

Конторович В.М.

Об ошибке в одной важной формуле "Теории поля" Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица

"Теория поля" давно является настольной книгой физиков всего мира. Она используется также как справочное пособие. Поэтому представляется полезным исправить вкравшуюся в раздел 77 об излучении ультррелятивистских частиц досадную ошибку.

Как известно, излучение ультррелятивистских частиц сосредоточено в узком (порядка обратного гамма-фактора) конусе углов вблизи от направления движения. При этом различаются два предельных случая в зависимости от соотношения между угловым изменением направления движения частицы и раствором конуса излучения.

В "Теории поля" в обоих случаях частотный спектр излучения пропорционален квадрату гамма-фактора, отличаясь лишь численным коэффициентом. В действительности это не так. Если поворот траектории значительно превышает раствор конуса излучения, то частотный спектр пропорционален не квадрату, а КУБУ гамма-фактора. Примером служит известное в теории пульсаров выражение для излучения кривизны.

В докладе обсуждаются формальные причины, приведшие к этому недоразумению. Разумеется, результат известен. Но хотелось бы, чтобы в нашей любимой монографии этот важный раздел также был правилен.

Конторович В.М.

Самосогласованная дипольно-вихревая теория Активных Ядер Галактик

В основе теории лежит представление о затеняющем торе как совокупности двух противоположно вращающихся вихрей, подкручиваемых сверхмощным излучением и ветром от аккреционного диска (см. Е.Ю. Банникова и В.М. Конторович, 2007). Эти самогравитирующие вихри компенсируют друг друга вблизи от разделяющей их плоскости соприкосновения, где преобладающим становится притяжение к центральной сверхмассивной черной дыре. В результате формируется поток вещества на центр, питающий аккреционный диск, который может быть вычислен в рамках рассматриваемой модели (Конторович, 2022; 2023) и удовлетворяет условиям самосогласования.

В этом основное отличие от общепринятой теории АЯГ, где затеняющий тор рассматривается как пассивный геометрический объект, а аккреционный поток как заданный внешний параметр.

Е.Ю. Банникова и В.М. Конторович, *Astron. Rep.* 51, 264, 2007

V. Kontorovich, *Obscuring torus in AGN as a vortex in the radiation flux*, *LJRS*, 22, #10, 2022

V. Kontorovich, *SRIPT conference: SCT, Weizmann IS, Rehovot, Israel, 2023*, see *Presentation on ResGate*

R. Antonucci, *Unified models*, *ARA&A*, 31, 473, 1993

B. Peterson, *An introduction to AGN*, Cambridge, UK, CUP, 2012

H. Netzer, *The physics & evolutions of AGN*, Cambridge, UK, CUP, 2013

Копьев А.В., Ильин А.С., Сирота В.А., Зыбин К.П.

О возможном механизме подавления мелкомасштабного динамо в конвективной оболочке Солнца

А.В. Копьев¹, А.С. Ильин^{1,2}, В.А. Сирота¹, К.П. Зыбин^{1,2}
¹ Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва
² НИУ «Высшая школа экономики», Москва

Хорошо известно явление Солнечной активности, механизм которой, как правило, связывают с теорией α - Ω динамо [1]. С помощью этой теории удастся объяснить возникновение квазипериодических крупномасштабных неоднородных магнитных полей в согласии с наблюдениями [2]. Механизм образования мелкомасштабных магнитных полей в конвективных оболочках Солнца до сих пор не ясен и может быть связан как с дроблением крупномасштабного поля [3], так и с его генерацией мелкомасштабной турбулентностью (мелкомасштабное динамо) [4].

Общепринятая теория мелкомасштабного динамо (теория Казанцева-Крайчнана [5]) предсказывает наличие генерации мелкомасштабного поля в условиях Солнечной плазмы, что не согласуется с интерпретацией некоторых наблюдательных данных [6]. Эта теория рассматривает обратимые во времени случайные потоки, однако, известно, что реальные турбулентные потоки необратимы во времени: наличие энергетического каскада является неотъемлемым свойством турбулентности [7]. Мы обобщаем 'стандартную' модель, чтобы учесть необратимость и показываем, что даже небольшая временная асимметрия приводит к значительному подавлению динамо-эффекта, увеличивает порог генерации и может сделать генерацию невозможной [8].

Работа выполнена при поддержке гранта фонда БАЗИС 23-1-3-46-1 "Негауссовы поправки в задаче турбулентного динамо".

1. Brandenburg, A., Subramanian, K. (2005). *Phys. Rep.*, 417(1-4), 1-209.
2. Brandenburg, A., Elstner, D., Masada, Y., Pipin, V. (2023). *Space Sci. Rev.*, 219(7), 55.
3. Kuznetsov, E. A., Mikhailov, E. A. (2022). *Ann. Phys.*, 447, 169088
4. Rempel, M., Bhatia, T., Bellot Rubio, L., Korpi-Lagg, M. J. (2023). *Space Sci. Rev.*, 219(5), 36.
5. Казанцев А.П. (1967), *ЖЭТФ*, 53, 5 (11), 1806-1813.
Kraichnan R. H., Nagarajan S. (1967), *Phys. Fluids*, 10, 859.
6. Stenflo, J. O. (2012). *Proceedings of the International Astronomical Union*, 8(S294), 119-130.
Stenflo, J. O., (2012), *A&A*, 541, A17.
7. Alexakis, A., & Biferale, L. (2018). *Phys. Rep.*, 767, 1-101.
8. Копьев, А. В., Ильин, А. С., Сирота, В. А., & Зыбин, К. П. (2024). *MNRAS*, 527(1), 1055-1061.

Кузнецов Е.А.

Дислокации солитонной решетки: эксперимент и теория

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка, Россия

Сколковский Институт науки и технологии, Сколково, Москва, Россия

Главной мотивацией этого выступления стала недавняя статья [1], опубликованная в PRL. В аннотации к этой экспериментальной статье написано:

«Наблюдение бегущих бризеров с колебательными хвостами большой амплитуды реализует теоретическое предсказание почти 50-летней давности работы Е.А. Кузнецова и А.В. Михайлова [2] и обобщает понятие бризера. Два сильно нелинейных семейства создаются в ядро-кольцевом потоке за счет взаимодействия солитона и нелинейного периодического (кноидального) носителя. Наблюдается, что яркие и темные бризеры движутся, соответственно, быстрее или медленнее кноидальной волны, при этом создавая фазовый сдвиг на кноидальной волне. Достигнуто согласие с уравнениями модели. Наблюдается физически упругое рассеяние бризеров.»

В нашей статье в рамках уравнения КДВ такие бегущие бризеры были названы дислокациями солитонной решетки. Это решение было построено с помощью метода одевания, предложенного А.Б. Шабата (1972) к случаю КДВ на основе уравнения Марченко. Метод позднее получил развитие в серии статей В.Е. Захарова и А.Б. Шабата. Мы впервые применили процедуру одевания для анализа устойчивости кноидальной волны для уравнения КДВ. Примечательно, что эту волну можно представить в виде солитонной решетки, что позволяет понять нелинейное поведение солитона КДВ, распространяющегося вдоль кноидальной волны. Фактически распространение солитонов на фоне кноидальных волн было прообразом бризерных солитонов в НУШ. Это был первый пример применения МОЗР к исчезающим потенциалам.

В эксперименте [1] двухжидкостную систему можно описать с помощью так называемого трубопроводного уравнения (conduit equation). Наш анализ показывает, что для этого эксперимента это уравнение с хорошей точностью преобразуется в уравнение КДВ. Фактически этот эксперимент подтверждает теоретическое предсказание нашей статьи.

Список литературы

[1] Yifeng Mao, Sathyanarayanan Chandramouli, Wenqian Xu, and Mark A Hoefler, *Observation of Traveling Breathers and Their Scattering in a Two-Fluid System*, PRL, **131**, 147201 (2023).

[2] Е.А. Кузнецов, А.В. Михайлов *Устойчивость стационарных волн в нелинейных средах со слабой дисперсией*, ЖЭТФ, **40**, 855, (1974) [Sov. Phys. JETP **40**, 855 (1975)].

Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А.

Рост магнитного поля на границе конвективных ячеек и его обратное влияние на течение

Е.А.Кузнецов^{1,2,3}, Е.А.Михайлов^{1,3,4}

¹*Физический институт имени П.Н.Лебедева РАН*

²*Институт теоретической физики имени Л.Д.Ландау РАН*

³*Сколковский институт науки и технологий*

⁴*Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова*

Коллапс как процесс формирования сингулярности за конечное время представляет большой интерес при изучении замороженных полей. Одним из таких примеров является магнитное поле в хорошо проводящей среде. Хотя говорить о коллапсе в строгом смысле не всегда корректно, можно показать, что на границе турбулентных ячеек могут образовываться структуры магнитного поля, растущего по экспоненциальному закону. Это связано с тем, что в течении образуются гиперболические и эллиптические особенности. Первые способствуют росту магнитного поля, вторые – его затуханию. В настоящей работе мы приводим численные результаты, которые показывают эволюцию поля при различных значениях чисел Рейнольдса. Вместе с тем, по мере роста магнитного поля его энергия становится сравнимой с энергией конвективных течений, и поэтому рост магнитного поля может замедляться. Мы показываем, что, тем не менее, корреляция между плотностью силы Лоренца и скоростью турбулентных движений не очень велика, в ряде случаев обратным влиянием можно пренебречь и пользоваться кинематическим приближением. Также мы приводим результаты моделирования магнитного поля, включающие данное обратное влияние при различной плотности среды.

Мохов О.И.

Алгебро-геометрический метод построения ортогональных сетей, метрик диагональной кривизны и полугамильтоновых систем гидродинамического типа

Замечательная работа В.Е. Захарова об интегрируемости нелинейной системы уравнений Ламе, описывающей ортогональные криволинейные системы координат в n -мерном евклидовом пространстве (или, другими словами, диагональные плоские римановы метрики), была мотивирована замечательной работой С.П. Царёва, в которой был введён класс полугамильтоновых систем гидродинамического типа, связанный с диагональными метриками диагональной кривизны, в частности, с диагональными плоскими метриками в случае гамильтоновости в смысле скобок Дубровина-Новикова, и доказана интегрируемость полугамильтоновых систем гидродинамического типа обобщённым методом годографа. Далее И.М. Кричевером был предложен алгебро-геометрический метод построения ортогональных криволинейных систем координат в евклидовых пространствах (решений нелинейной системы Ламе) по алгебро-геометрическим данным. В нашей работе предложено обобщение алгебро-геометрического метода Кричевера, позволяющее строить по алгебро-геометрическим данным ортогональные сети в объёмлющих плоских пространствах, диагональные метрики диагональной кривизны и связанные с ними полугамильтоновы системы гидродинамического типа. Доклад в основном основан на совместных работах с Е.В. Глуховым:

1. Е.В. Глухов, О.И. Мохов, “Об алгебро-геометрических методах построения подмногообразий с плоской нормальной связностью и голономной сетью линий кривизны”, Функциональный анализ и его приложения, 54:3 (2020), 26-37.

2. Е.В. Глухов, О.И. Мохов, “Алгебро-геометрический подход к построению полугамильтоновых систем гидродинамического типа”, Известия РАН. Серия математическая, 87:6 (2023), 35-48.

Исследование выполнено в Математическом институте им. В.А. Стеклова Российской академии наук за счет гранта Российского научного фонда № 21-11-00331, <https://rscf.ru/project/21-11-00331/>.

Некоркин В.И.

Третий тип хаоса в коэволюционной системе фазовых осцилляторов Курамото

e-mail: vnekorkin@appl.sci-nnov.ru

¹Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук,
²Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

В коэволюционной диссипативной системе фазовых осцилляторов Курамото показано существование так называемого третьего типа хаоса, возникающего в результате пересечения хаотического аттрактора с хаотическим репеллером. В результате такого пересечения в фазовом пространстве системы образуется инвариантное множество – обратимое ядро, в окрестности которого находятся все положительные и отрицательные полутраектории. Третий тип хаоса, или так называемая смешанная динамика, сочетает в себе одновременно черты как диссипативного, так и консервативного хаоса, но обладает своими уникальными свойствами.

1. Emelianova A. A., Nekorkin V. I. On the intersection of a chaotic attractor and a chaotic repeller in the system of two adaptively coupled phase oscillators. *Chaos*, 2019, Vol. 29, P. 111102.
2. Emelianova A. A., Nekorkin V. I. The third type of chaos in a system of two adaptively coupled phase oscillators. *Chaos*, 2020, Vol. 30, P. 051105.
3. Emelianova A. A., Nekorkin V. I. Emergence and synchronization of a reversible core in a system of forced adaptively coupled Kuramoto oscillators. *Chaos*, 2021, Vol. 31, P. 033102.
4. Emelianova A. A., Nekorkin V. I. The influence of nonisochronism on mixed dynamics in a system of two adaptively coupled rotators. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2023, Vol. 169, P. 113271.
5. Shchapin D. S., Emelianova A. A., Nekorkin V. I. A chaotic oscillation generator based on mixed dynamics of adaptively coupled Kuramoto oscillators. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2023, Vol. 166, P. 112989.
6. Emelianova A. A., Nekorkin V. I. The third type of chaos in a system of adaptively coupled phase oscillators with higher-order interactions. *Mathematics*, 2023, Vol. 11, Iss. 19, P. 4024.

Огородников Л.Л., Вергелес С.С.

Альфа-эффект в трехмерном когерентном геострофическом вихре

Огородников Л.Л.¹ и Вергелес С.С.^{2,1}

¹НИУ ВШЭ, 105066, Москва, Старая Басманная, д.21/4

²Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН,
142432, Московская обл., г. Черноголовка, ул. Ак. Семенова

Изучается одноточечная статистика спиральных турбулентных пульсаций на фоне трехмерного когерентного геострофического вихря проводящей жидкости. Эволюция турбулентных пульсаций в геострофическом вихре проводящей жидкости на кинематической стадии аналогична эволюции такого же когерентного вихря непроводящей жидкости. Предполагая, что спиральный поток создается статистически осесимметричной случайной силой с нарушенной зеркальной симметрией, вычисляется среднее произведения компонент скорости и завихренности. Для электропроводящей жидкости исследуется α -эффект. Элементы псевдотензора α сильно зависят от соотношения между числом Россби Ro и магнитным числом Прандтля Pr_m в рассматриваемой области $Ro \sim < 1$, $Pr_m \sim < 1$. Устанавливается критерий для чисел, когда α -эффект приводит к неустойчивости крупномасштабного магнитного поля.

Ключевые слова: α -эффект, динамо, $\alpha\Omega$ -динамо, когерентный вихрь, геострофическое течение, спиральность

Оладышкин И.В., Фадеев Д.А.

Развитие неустойчивостей при отражении лазерного излучения от поверхности металлов и полупроводников

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия

Нелинейно-оптические свойства твёрдых тел играют определяющую роль в динамике их взаимодействия с оптическим излучением повреждающей интенсивности. В частности, могут формироваться условия для нелинейного распада излучения накачки, включая трансформацию в поверхностные волны или конверсию частоты за счёт взаимодействия с колебательными модами среды. В докладе будет сделан обзор ряда экспериментальных работ по спонтанному возникновению лазерно-индуцированных поверхностных структур в полупроводниках и металлах, а также представлены модели нелинейных электродинамических процессов, которые могут стать причиной такого структурирования.

Онищенко О.Г., Артеха С.Н., Артеха Н.С.

***Возможная модель джета в стратифицированной
неравновесной плазме***

Онищенко О.Г.^{1,2}, Артеха С.Н.², Артеха Н.С.^{2,3}

¹ИФЗ РАН им. О.Ю. Шмидта, Москва, Россия

²ИКИ РАН, Москва, Россия

³НИУ "ВШЭ", Москва, Россия

Получена система уравнений в МГД приближении, которая описывает начальную стадию возникновения осесимметричных направленных потоков в неравновесной стратифицированной плазме. Механизм генерации джетов основан на конвективной неустойчивости Шварцшильда. Получено аналитическое решение нелинейного уравнения для функции тока, и показано, что в плазме генерируются струи с полоидальными полями скоростей. Соответствующие выражения для R-зависимостей радиальной и вертикальной составляющих скорости во внутренней и внешней областях джета включают функции Бесселя и модифицированные функции Бесселя. Новая нелинейная аналитическая модель локализованных по высоте и радиусу джетов позволяет изучать их структуру и нелинейную динамику. Возникающая неустойчивость приводит к увеличению радиальной и вертикальной скоростей потоков по закону гиперболического синуса. Характерное время нарастания зависит от значения мнимой части частоты Брента –Вэйсяля. Радиальная структура азимутальной составляющей скорости определяется структурой исходного возмущения и может изменяться в зависимости от высоты. Наряду с изучением динамики поля скоростей исследуется изменение вертикального магнитного поля, а также динамика и структура возникающего тороидального электрического тока.

Onishchenko O.G., Artekha S.N., Artekha N.S. (2023) A model of generation of a jet in stratified nonequilibrium plasma // Indian Journal of Physics. <https://doi.org/10.1007/s12648-023-03005-2>

**Островский Л.А., Гладских Д.С., Соустова И.А.,
Троицкая Ю.И.**

***Динамика турбулентности под действием течений и
нелинейных внутренних волн***

Институт прикладной физики РАН

Кратко обсуждаются результаты применения разработанной ранее авторами теории стратифицированных турбулентных течений к задачам о воздействии течений и внутренних волн на мелкомасштабную турбулентность в верхнем слое океана. Теория, основанная на кинетическом уравнении для параметров турбулентности, показывает, что турбулентность может усиливаться и поддерживаться на квазистационарном уровне даже при больших градиентных числах Ричардсона за счет ранее не учтенного обмена между кинетической и потенциальной энергиями. Этот эффект существенно влияет на динамику обмена энергией между мелкомасштабной турбулентностью и мезомасштабными движениями и формирование верхнего перемешанного слоя. Полученные результаты применяются к анализу натурных данных по эволюции турбулентности под действием сдвиговых потоков и внутренних волн, полученных в различных районах.

Розанов Н.Н.

Электрическая площадь оптических импульсов в присутствии сред с фазовыми переходами

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия

Эффективность воздействия на микрообъекты предельно коротких электромагнитных импульсов определяется, в первую очередь, электрической площадью этих импульсов — интегралом от электрической напряженности поля \mathbf{E} по времени. Важным свойством электрической площади импульсов с конечной энергией (локализованных структур поля) служит следующий непосредственно из уравнений Максвелла безвихревой характер векторного поля площади. В одномерной геометрии (плоские волны) это свойство превращается в правило сохранения площади, то есть ее независимость от координаты вдоль направления распространения излучения.

При выводе указанного свойства предполагалось, что и до, и после прохождения импульса через фиксированную область пространства и окончания в ней релаксационных процессов среда пребывает в одном и том же равновесном состоянии. Это предположение может нарушаться, если импульс вызывает в среде фазовый переход первого рода. В докладе анализируются возможности индуцирования оптическими импульсами подобных переходов и те изменения, которые вносятся ими в правила сохранения. Показывается, в частности, что реализация фазовых переходов позволяет формировать униполярные (с ненулевой электрической площадью) оптические импульсы.

Исследование поддержано грантом Российского научного фонда 23-12-00012.

Рубан В.П.

Доменные стенки поляризации света в дефокусирующей Керровской среде с аномальной дисперсией

Связанные нелинейные уравнения Шредингера для параксиальной оптики с двумя круговыми поляризациями света в дефокусирующей Керровской среде с аномальной дисперсией по форме совпадают с уравнениями Гросса-Питаевского для бинарного бозе-конденсата холодных атомов в режиме разделения фаз. Эта аналогия нелинейной оптики с бозе-конденсатами и гидродинамикой двух несмешивающихся сжимаемых жидкостей способна помочь в теоретических поисках ранее неизвестных трехмерных когерентных оптических структур. На этом пути получены следующие результаты:

1. Рассмотрены поперечно захваченные (плавным профилем показателя преломления) пучки света и приведены такие новые численные примеры, как «плавающая капля», прецессирующий продольный оптический вихрь с неоднородным профилем заполнения второй компонентой, а также комбинация капли и вихревой нити. Кроме того, промоделированы поперечные по отношению к оси пучка заполненные вихри, распространяющиеся на большие расстояния [1].

2. Численно выявлен новый тип долгоживущих уединенных оптических структур. Найденный гибридный трехмерный солитон представляет собой вихревое кольцо на фоне плоской волны в одной из компонент, причем сердцевина вихря неоднородно по азимутальному углу заполнена другой компонентой. Существование в определенной параметрической области таких квазистационарных структур с пониженной симметрией связано с насыщением т.н. сосисочной неустойчивости, обусловленной эффективным поверхностным натяжением доменной стенки между двумя поляризациями [2].

3. Винтовая симметрия оптического волновода соответствует вращению поперечного потенциала, удерживающего бозе-конденсат. Значительное влияние на распространение световой волны в такой системе оказывает «центробежная сила». Численные эксперименты для волновода эллиптического сечения выявили ранее не наблюдавшиеся в оптике характерные структуры, состоящие из квантованных вихрей и доменных стенок между двумя поляризациями [3].

[1] В. П. Рубан, «Капиллярные» структуры в поперечно захваченных нелинейных оптических пучках, Письма в ЖЭТФ, 117(4), 292-298 (2023).

[2] В. П. Рубан, Неоднородно заполненные вихревые кольца в нелинейной оптике, Письма в ЖЭТФ, 117(8), 590-595 (2023).

[3] В.П. Рубан, Оптический аналог вращающегося бинарного бозе-конденсата, ЖЭТФ, в печати (2023).

Сердюков М.Г., Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А.

Эволюция вихря осесимметричной структуры и возможность коллапса

М.Г.Сердюков¹, Е.А.Кузнецов^{2,3,4}, Е.А.Михайлов^{1,2,4}

¹*Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова*

²*Физический институт имени П.Н.Лебедева РАН*

³*Институт теоретической физики имени Л.Д.Ландау РАН*

⁴*Сколковский институт науки и технологий*

Возможность возникновения коллапса для течений идеальной среды представляет большой интерес. Ранее была рассмотрена двумерная задача о столкновении двух вихрей в рамках уравнения Эйлера в области между двумя жесткими плоскостями, которая показала экспоненциальный рост производной скорости на границе, а для производной завихренности рост по дважды экспоненциальному закону. Вместе с тем, возникает вопрос о возможности аналогичных эффектов для трехмерных течений. В настоящей работе рассмотрена эволюция осесимметричного распределения скорости в цилиндрической области в отсутствии вращения вокруг оси. Предполагается, что на оси происходит столкновение встречных радиальных потоков. Численно с использованием параллельных вычислений на суперкомпьютере также был получен рост производной скорости, однако данная задача демонстрирует ряд существенных отличий от предыдущей. Так, наблюдается смещение максимума данной производной в вертикальном направлении.

Селин П.Г., Левченко А.А.

Экспериментальная установка для изучения турбулентного режима в узком зазоре между двумя плоскими дисками в сверхтекучем He-II

*Институт теоретической физики им. Ландау РАН г. Черноголовка
selin@issp.ac.ru, levch@issp.ac.ru*

В последнее время во всём мире наблюдается всё больший интерес к проблемам турбулентности. В связи с развитием методов регистрации движения и анализа данных появилась возможность более точной регистрации турбулентности и обработки данных.

В качестве модельных объектов для исследования турбулентности используются вода, жидкий водород, жидкий гелий и другие жидкости. Особый интерес для исследования представляет сверхтекучий гелий, так как в нём возникают квантовые вихри при скоростях выше некоторой критической и изучение свойств которых способствует расширению существующих представлений о физике турбулентных явлений.

Разработана и изготовлена экспериментальная установка для изучения процессов вихревого движения в сверхтекучем гелии в узких зазорах. Установка позволяет проводить прямое наблюдение и видеосъемку процессов, происходящих в He-II при температурах ниже T_λ . Проведенные испытания продемонстрировали влияние скорости вращения дисков на перенормированное значение вязкости жидкости в зазоре между дисками. Это открывает возможности наблюдения и исследования размерного эффекта при уменьшении ширины зазора.

Проведена серия предварительных экспериментов, которые подтвердили возможность регистрации угла отклонения, свободно подвешенного в He-II плоского диска от положения равновесия вследствие передачи углового момента силы, который возникает в жидкости при вращении с заданной скоростью расположенного под ним диска. Угловой момент, порождаемый в He-II вращающимся диском, передается через слой жидкости между дисками к подвешенному над ним свободному диску.

Работа выполнена в рамках гранта РФФИ №23-72-30006.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

Гидродинамика, нелинейная турбулентность, квантовая турбулентность, квантовая физика

Серебряный А.Н. Холловой П.

Трансформации нелинейных внутренних волн при их распространении на океанском шельфе: экспериментальные результаты

А.Н. Серебряный¹, П. Холловой²

¹*Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН,*

²*Университетский колледж, Университет Южного Нового Уэльса, Австралия*

Северо-западный шельф Австралии представляет собой своего рода природный полигон для изучения динамики нелинейных внутренних волн. Здесь регулярно (с полусуточной периодичностью) возникают приливные внутренние волны больших амплитуд, достигающих нескольких десятков метров, которые, распространяясь в сторону берега, испытывают значительные нелинейные трансформации вплоть до распада на солитоны. Внутренние приливные волны обсуждаются с использованием подробных временных рядов скорости и температуры, зарегистрированных на заякоренных измерителях течений и температуры в течение 67 суток на трех автономных буйковых станциях, расположенных на прямой, ориентированной перпендикулярно береговой черте. Наблюдаются усиление внутреннего прилива и формирование бороподобных образований, часто сопровождаемых внутренними уединенными волнами. Представлен частотный спектр внутренних волн, рассчитанный по записям компоненты течений, направленной по нормали к берегу. В данной работе акцент сделан на анализе формы и свойств нелинейного внутреннего прилива. Выделено пять различных типов волн, которые состоят из боров на передней или задней стороне волны, “прямоугольных” форм волн с бором одновременно на обеих сторонах волны (как на передней, так и на задней), а также линейных волн малой и большой амплитуды. Приведена статистика трансформаций типов внутренних приливов при их распространении по участку трассы от склона до шельфа. Выявлены основные типы волн, проходящие без трансформации, и волны, имеющие относительно короткое время жизни, к которым относятся “прямоугольные” приливные волны и волны с борами на заднем склоне волны. В целом анализ показал реальную картину происходящих нелинейных трансформаций приливных внутренних волн больших амплитуд, происходящих на океанском шельфе.

Слюняев А.В., Шрира В.И.

Динамика солитонов огибающей на встречных струйных течениях

А.В.Слюняев¹⁻³, В.И.Шрира⁴

¹⁾*Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, г. Нижний Новгород*

²⁾*Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН,
г. Владивосток*

³⁾*Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики",
г. Нижний Новгород*

⁴⁾*School of Mathematics and Computing, Keele University, UK*

Возможное объяснение более частого возникновения волн-убийц на струйных течениях было предложено в наших работах [1, 2]. Для волн, захваченных встречным струйным течением, становится возможным образование уединенных солитонообразных групп, локализованных в обоих горизонтальных направлениях. Такие волновые структуры не могут существовать в отсутствие струйного течения. В настоящей работе [3] мы исследуем взаимодействие между солитонами огибающей существенно нелинейных захваченных волн посредством прямого численного моделирования уравнений Эйлера. Уединенные волновые группы остаются локализованными в обоих горизонтальных направлениях в течение сотен периодов волн. Показана устойчивость солитонов в ходе взаимодействий (почти упругое взаимодействие) и возможность генерации экстремальных волн в результате столкновений солитонов. Эти устойчивые солитоны огибающей, наблюдаемые в рамках уравнений Эйлера без предположений о слабой нелинейности, рассматриваются как правдоподобная модель волн-убийц на струйных течениях.

Работа выполнена в рамках проекта РФФ № 22-17-00153.

1. Shrira V., Slunyaev A. Trapped waves on jet currents: asymptotic modal approach // *J. Fluid Mech.* 2014. V. 738. P. 65–104.
2. Shrira V. Slunyaev A. Nonlinear dynamics of trapped waves on jet currents and rogue waves // *Phys. Rev. E.* 2014. V. 89. P. 041002.
3. Slunyaev A.V., Shrira V.I. Extreme dynamics of wave groups on jet currents // *Phys. Fluids* (Accepted, 2023). ArXiv: 2310.07395. doi: 10.1063/5.0180658

**Талипова Т.Г., Кокоулина М.В., Куркина О.Е.,
Санников Н.А.**

**Динамические характеристики солитонов и бризеров
внутренних волн**

Талипова Т.Г.^{1,2,3}, Кокоулина М.В.^{2,3}, Куркина О.Е.², Санников Н.А.²

¹⁾ *Институт прикладной физики РАН им. А.В. Гапонова – Грехова, Нижний Новгород*

²⁾ *Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева,
Нижний Новгород*

³⁾ *Тихоокеанский океанографический институт ДВО РАН им. В.И. Ильичева*

Аналитически и численно исследованы поля смещений и двух компонент скоростей солитонов и бризеров внутренних волн, распространяющихся в двух и трехслойной стратифицированной воде. Для теоретических оценок использовалось известное уравнение Гарднера (расширенное уравнение Кортевега-де Вриза), описывающее нелинейные длинные внутренние волны, коэффициенты которого в конечном счете определяются стратификацией воды [1]:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (c + \alpha \eta + \alpha_1 \eta^2) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0$$

Здесь η – вертикальное смещение изопикны в максимуме функции моды $\Phi_n(z)$. Скорость распространения волн, c , и функция моды $\Phi_n(z)$, находятся из решения граничной задачи

$$\frac{d\Phi_n}{dz} + \frac{N^2(z)}{2} \Phi_n = 0, \quad \Phi_n(0) = \Phi_n(H) = 0; \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

где $N^2(z)$ - частота плавучести и n - номер моды.

Тогда в линейном приближении поле вертикальной орбитальной скорости жидкости в волне, $w(z)$, выражается через обозначенные переменные как

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} \Phi(z),$$

а горизонтальная скорость, u , как

$$u(x, z, t) = c \eta \frac{d\Phi(z)}{dz}.$$

Соответственно, полное ускорение во внутренней волне состоит из векторной суммы горизонтального и вертикального ускорений и выражается как

$$\vec{a} = \vec{i} c \frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{d\Phi}{dz} + \vec{j} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \Phi(z)$$

Давление на дно, p_{bot} , в длинных внутренних волнах вычисляется по формуле [2]:

$$p_{bot}(x, t) = g \eta \int_0^H \rho_0(z) N^2(z) \Phi(z) dz - \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \int_0^H \rho_0(z) \Phi(z) dz,$$

В рамках данной модели рассчитаны характеристики (портреты) солитонов (включая так называемые «толстые») первой и второй мод и бризеров первой моды в полях скорости, ускорений и давления.

В случае переменной стратификации и больших амплитуд волн расчеты проводились в рамках полных уравнений Эйлера. Ниже приводятся результаты расчетов характеристик бризера в трехслойном потоке над уступом дна. Стратификация воды показана на рис. 1. На рис.2. представлены портреты вертикальных смещений изопикнических поверхностей и полей горизонтальной и вертикальной скоростей в бризере, на различных этапах его трансформации.

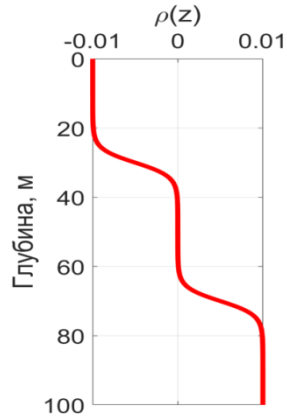


Рис.1. Модельная стратификация жидкости

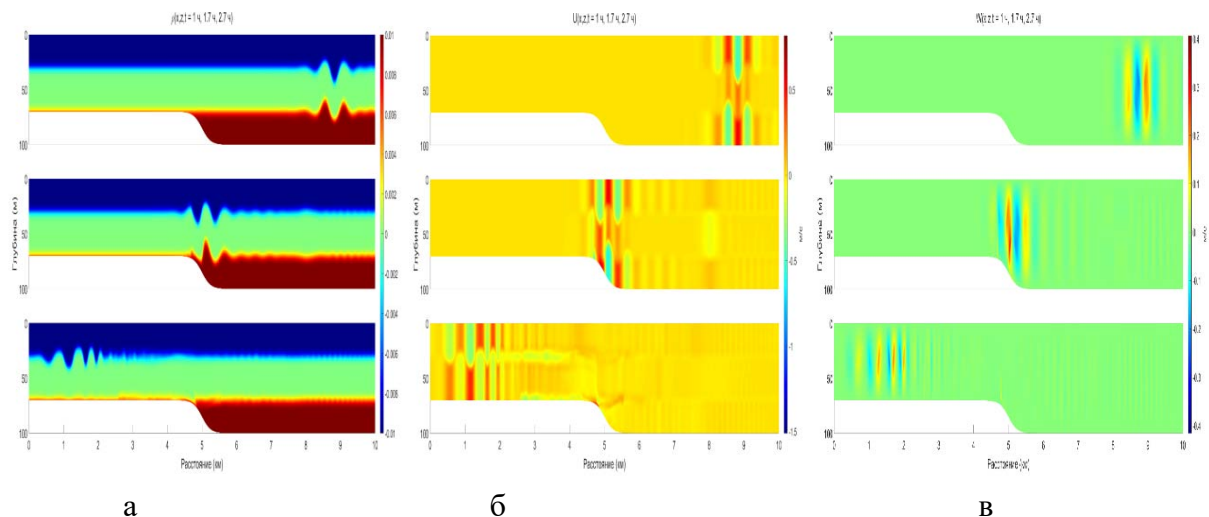


Рис.2. Поля а) вертикальных смещений изопикнических поверхностей и поля б) горизонтальной и в) вертикальной скоростей в бризере

Литература

1. Талипова Т.Г., Пелиновский Е.Н., Куркин А.А., Куркина О.Е., Моделирование динамики интенсивных внутренних волн на шельфе. //Известия РАН, ФАО. 2014. Т. 50. №. 6. С. 1–8.
2. Talipova T. and Pelinovsky E. Bottom pressure induced by the long nonlinear internal waves. EGU2020-4056 EGU General Assembly 2020

Работа поддержана грантом РФ 19-12-00253 «Нелинейные механизмы генерации волн-убийц».

Трибельский М.И.

Мягкомодовая турбулентность с нулевым критическим числом Рейнольдса: Теория и эксперимент

*МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет
mitribel@gmail.com*

Рассматриваются гидродинамические течения с коротковолновой неустойчивостью пространственно-однородного состояния типа конвективной неустойчивости Рэлея-Бенара и дополнительной непрерывной группой симметрии (возникающей, например, при free-slip граничных условиях). Показано, что в таких течениях в результате взаимодействия слабоустойчивых длинноволновых мод, отщепляющихся от связанной с указанной симметрией нейтрально-устойчивой голдстоуновской моды, со слабонеустойчивыми модами с конечными волновыми числами может возникать новый тип турбулентности, являющейся полным аналогом фазовых переходов второго рода. При этом критическое значение числа Рейнольдса равно нулю, а турбулентные моды мягкие, т.е. переход из состояния покоя в турбулентность происходит в результате единственной вилочной бифуркации. Построена феноменологическая теория явления. Приводятся экспериментальные данные ее подтверждающие.

Тумачев Д.Д.

Экспериментальное исследование разных турбулентных режимов во вращающейся жидкости

ИФТТ РАН

Экспериментально исследована генерация вихревого течения в несжимаемой жидкости внутри вращающегося закрытого аквариума кубической формы. Возбуждение течения осуществлялось путем создания мелкомасштабных вихрей вблизи боковых ребер куба. В объеме жидкости наблюдались когерентные столбовые вихри-циклоны, простирающиеся от дна до крышки куба. Время существования циклонов значительно превышало время вязкого затухания за счет трения о дно и крышку. Установлено, что существуют три режима квази-двумерной турбулентности, которые могут, характеризуются разными способами взаимодействия квази-двумерного течения и инерционных волн. Исследованы радиальные профили средней по времени азимутальной скорости в когерентных вихрях в этих двух режимах, показано, что они отличаются размерами и распределением завихренности по радиусу. Кроме этого, был обнаружен еще один режим на низкой скорости вращения куба, характеризующийся наличием крупного антициклона по центру куба. Также был исследован профиль средней по времени азимутальной скорости данного антициклона.

Хатунцева О.Н.

О детерминированных и стохастических свойствах решений автономных дифференциальных уравнений

*ПАО «РКК «Энергия», МФТИ
ol-khatun@yandex.ru*

Проведенные в работах [1,2] исследования показывают, что «детерминированный хаос», возникающий в системах автономных дифференциальных уравнений (АДУ) типа Лоренца, при интегрировании численными методами и задании любого конечного фиксированного шага по времени, вполне может быть ассоциирован со стохастическим, а не являться, по сути, детерминированным процессом. Этот вывод основывается на том, что если на двух итерационных шагах зафиксировать координаты точек, из которых «выходит», и в которые «приходит» система, то интервалы времени в каждом уравнении АДУ, при предположении о гладкости траекторий перехода, могут оказаться разные, так как при их одинаковых значениях может не выполняться условие совместности уравнений. Если этот факт игнорировать, и при численном интегрировании уравнений автономной системы задавать произвольный фиксированный шаг по времени для всех уравнений, то на каждом итерационном шаге решения каждого из уравнений могут «попадать», по сути, на разные ветви решения системы АДУ. В этом случае процесс приобретет стохастический характер.

В работе [3] показано, что если пытаться для каждого уравнения подбирать свою величину шага по времени, чтобы решение «попадало» на «правильные» ветви, то может оказаться, что в некоторые моменты шаги по времени будут иметь мнимые или комплексные значения. Это означает, что при рассмотрении процесса только на области действительных значений интервалов времени, будет также наблюдаться его стохастический характер. В работе [3] также показано, что при увеличении в системе АДУ количества уравнений (степеней свободы) стохастический характер процесса уменьшается за счет уменьшения амплитуды колебаний относительно мнимой оси – происходит «детерминизация» процесса.

В данной работе подняты вопросы о возможности нахождения и использования «усредненного» времени при интегрировании системы АДУ численными методами в случае отсутствия условия совместности для ее уравнений.

Найдены два предельных случая при описании такой системы: «классический» - когда время монотонно растет при переходе от одного итерационного шага к другому, и «квантовый» - когда интервалы времени на каждом итерационном шаге не могут быть определены однозначно, в связи с чем, возможно нарушение причинно-следственных связей в системе. При этом «среднее» время протекания процесса в такой системе может быть задано с помощью скалярного произведения базисных функций в гильбертовом пространстве, определяющих вероятностный характер реализаций событий в стохастической системе. Системы этого класса, к которым ко всему

прочему, применим еще и Гамильтонов формализм, могут быть описаны уравнениями, аналогичными уравнению Шредингера.

1. Хатунцева О.Н. О природе детерминированного хаоса в математике // Естественные и технические науки. 2017. № 11. С. 255-257.
2. Хатунцева О.Н. О стохастических свойствах динамического хаоса в системах автономных дифференциальных уравнений, типа системы Лоренца // Труды МАИ. 2020. № 112. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=116313>
3. Хатунцева О.Н. О «детерминизации» стохастических процессов при увеличении в системе степеней свободы // Труды МАИ. 2023. № 128. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=171388>

Шайкин Д.В., Камчатнов А.М.

Распространение солитонов вдоль крупномасштабных волн в гидродинамике обобщенного уравнения Кортевега-де Фриза

Институт спектроскопии РАН

В докладе будет представлено решение задачи о движении солитона обобщённого уравнения КдФ по крупномасштабной фоновой волне при заданном её начальном профиле. В этой задаче имеются два существенно различных масштаба: ширина солитона и характерный размер фоновой волны, что позволяет отделить эволюцию фона от динамики солитона. Эволюция фона описывается хорошо известным уравнением Хопфа, которое может быть решено методом годографа. Скорость же солитона может быть выражена через его обратную полуширину и закон дисперсии линейных волн с помощью старого замечания Стокса, что как хвосты солитона с малой амплитудой, так и линейные гармонические волны на однородном фоне описываются одинаковыми уравнениями. Поскольку зависимость обратной полуширины солитона от локального значения фоновой амплитуды является аналитическим продолжением аналогичной зависимости волнового числа несущей волны от фона, известной из теории распространения волновых пакетов по простым волнам, то мы приходим [1] к простому методу решения поставленной задачи. Кроме того, этот подход даёт простой способ вывода уравнений Гамильтона для движения солитона, что важно для обобщения теории на другие солитонные уравнения. Аналитические решения полученных уравнений хорошо согласуются с точными численными решениями обобщённого уравнения КдФ.

[1] A. M. Kamchatnov and D. V. Shaykin, Phys. Rev. E 108, 054205 (2023).

Abdullaev F.Kh.

Quantum tunneling and self-trapping of the Lee-Huang-Yang superfluid in a double-well trap

Physical-Technical Institute, Academy of Sciences of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan

We study the tunneling and self-trapping regimes of the Lee-Huang –Yang superfluid loaded in the double-well potential.

Agafontsev D.S., Gelash A.A., Randoux S., Suret P.

Soliton gas dynamics underlying the emergence of breather-type rogue waves

Breather solutions are considered to be generally accepted models of rogue waves. However, breathers are not localized, while wavefields in nature can generally be considered as localized due to the limited spatial dimensions. Hence, the theory of rogue waves needs to be supplemented with localized solutions which evolve locally as breathers. We present a universal method for constructing such solutions from exact multi-soliton solutions, which consists in replacing the plane wave in the dressing construction of the breathers with a specific exact N -soliton solution converging asymptotically to the plane wave at large number of solitons N . On the example of the Peregrine, Akhmediev, Kuznetsov-Ma and Tajiri-Watanabe breathers, we show that the constructed with our method multi-soliton solutions, being localized in space with characteristic width proportional to N , are practically indistinguishable from the breathers in a wide region of space and time at large N . Our method makes it possible to build solitonic models with the same dynamical properties for the higher-order rational and super-regular breathers, and can be applied to general multi-breather solutions, breathers on a nontrivial background (e.g., cnoidal waves) and other integrable systems. The constructed multi-soliton solutions can also be generalized to capture the spontaneous emergence of rogue waves through the spontaneous synchronization of soliton norming constants, though finding these synchronizations conditions represents a challenging problem for future studies.

Flamarion M.V., Kochurin E., Ribeiro-Jr R.

Fully nonlinear evolution of free-surface waves with constant vorticity under horizontal electric fields

M. V. Flamarion¹, E. Kochurin^{2,3}, and R. Ribeiro-Jr⁴

¹*Unidade Acadêmica do Cabo de Santo Agostinho, UFRPE/Rural Federal University of Pernambuco,*

BR 101 Sul, Cabo de Santo Agostinho 54503-900, PE, Brazil; marcelo.flamarion@ufrpe.br

²*Institute of Electrophysics, Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg 620016, Russia*

³*Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow 121205, Russia*

⁴*Departamento de Matemática, Centro Politécnico, UFPR/Federal University of Paraná, Jardim das Américas, Caixa Postal 19081, Curitiba 81531-980, PR, Brazil; robertoribeiro@ufpr.br*

This work presents the results of a direct numerical simulation of the nonlinear free surface evolution of a finite-depth fluid with a linear shear flow under the action of horizontal electric fields. The method of time-dependent conformal transformation for the description of the combined effects of the electric fields and constant vorticity is generalized for the first time. The simulation results show that strong shear flow co-directed in the wave propagation direction leads to the formation of large-amplitude surface waves, and, for some limiting vorticity value, a wave breaking process with the formation of an air bubble in the liquid is possible. The oppositely directed shear flow can cause the retrograde motion of a surface wave (wave propagation in the opposite direction to the linear wave speed). The simulations conducted taking into account the electro-hydrodynamic effects demonstrate that a high enough external horizontal electric field suppresses these strongly nonlinear processes, and the surface waves tend to preserve their shape.

This work was supported by the Russian Science Foundation, project No. 23-71-10012.

Konopelchenko B.

On gradient catastrophes for the Euler equation with external force

The n -dimensional Euler equation with the external force linear in velocities is discussed. Appearance and regularization of blow-ups of derivatives are analyzed. The corresponding hodograph equations are the basic tool. Several particular examples, including the case of the Coriolis force are considered.

Malomed B.

Multidimensional solitons

*Dept. of Physical Electronics, School of Electrical Engineering,
Faculty of Engineering, Tel Aviv University*

It is commonly known that the interplay of linear and nonlinear effects gives rise to solitons, i.e., self-trapped localized structures, in a wide range of physical settings, including optics, Bose-Einstein condensates (BECs), hydrodynamics, plasmas, condensed-matter physics, etc. Nowadays, solitons are considered as an interdisciplinary class of modes, which feature diverse internal structures.

While most experimental realizations and theoretical models of solitons have been elaborated in one-dimensional (1D) settings, a challenging issue is prediction of stable solitons in 2D and 3D media. In particular, multidimensional solitons may carry an intrinsic topological structure in the form of vorticity. In addition to the "simple" vortex solitons, fascinating objects featuring complex structures, such as hopfions, i.e., vortex rings with internal twist, have been predicted too.

A fundamental problem is the propensity of multidimensional solitons to be unstable (naturally, solitons with a more sophisticated structure, such as vortex solitons, are more vulnerable to instabilities). Recently, novel perspectives for the creation of stable 2D and 3D solitons were brought to the attention of researchers in optics and BEC. The present talk aims to provide an overview of the main results and ongoing developments in this vast field. An essential conclusion is the benefit offered by the exchange of concepts between different areas, such as optics, BEC, and hydrodynamics.

A thorough survey of the topic is provided in a new book: B. A. Malomed, "Multidimensional Solitons" (American Institute of Physics, Melville, NY, 2022).

Recent review articles on the subject are available too:

Y. Kartashov, G. Astrakharchik, B. Malomed, and L. Torner, Frontiers in multidimensional self-trapping of nonlinear fields and matter, *Nature Reviews Physics* 1, 185-197 (2019).
<https://doi.org/10.1038/s42254-019-0025-7>

B. A. Malomed, (INVITED) Vortex solitons: Old results and new perspectives, *Physica D* 399, 108-137 (2019). <https://doi.org/10.1016/j.physd.2019.04.009> ; free access:
<https://authors.elsevier.com/a/1ZXATc2Eea3QG>

Z. Luo, W. Pang, B. Liu, Y. Li, and B. A. Malomed, A new form of liquid matter: quantum droplets, *Front. Phys.* 16, 32501 (2021).
<https://link.springer.com/article/10.1007/s11467-020-1020-2>

B. A. Malomed, Multidimensional dissipative solitons and solitary vortices, *Chaos, Solitons & Fractals* 163, 112526 (2022). <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2022.112526>

Mullyadzhhanov I., Gudko A.S., Mullyadzhhanov R.I., Gelash A.A.

Numerical direct scattering transform for breathers

I. Mullyadzhhanov^{1,2}, A. S. Gudko^{3,4}, R. I. Mullyadzhhanov^{3,4}, and A. A. Gelash⁵

1. Institute of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk 630090, Russia

2. Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, 121205, Russia

3. Institute of Thermophysics SB RAS, Novosibirsk 630090, Russia

4. Novosibirsk State University, Novosibirsk 630090, Russia

5. Institute of Physics, Swiss Federal Institute of Technology Lausanne (EPFL), Lausanne, Switzerland

We consider the model of the focusing one-dimensional nonlinear Schrödinger equation in the presence of an unstable constant background, which exhibits coherent solitary wave structures – breathers. Within the inverse scattering transform (IST) method, we study the problem of the scattering data numerical computation for a broad class of breathers localized in space. Such direct scattering transform (DST) procedure requires a numerical solution of the auxiliary Zakharov-Shabat system with boundary conditions corresponding to the background. To find the solution we compute the transfer matrix using the second-order Boffetta-Osborne approach and recently developed high-order numerical schemes based on the Magnus expansion. To recover the scattering data of breathers, we derive analytical relations between the scattering coefficients and the transfer matrix elements. Then we construct localized single- and multi-breather solutions and verify the developed numerical approach by accurately recovering the complete set of the scattering data, which provides us with information about the amplitude, velocity, phase, and position of each breather. To combine the conventional IST approach with the efficient dressing method for multi-breather solutions, we provide the exact relation between the parameters of breathers in these two frameworks.

[1] Mullyadzhhanov, I., Gudko, A., Mullyadzhhanov, R., & Gelash, A. (2023). Numerical direct scattering transform for breathers. arXiv preprint arXiv:2308.04568.